

Columbus und der digitale PID-Regler

Christoph Columbus hat bekanntlich im Oktober 1492 Amerika entdeckt. Ob er dabei tatsächlich der Erste war, ist eine ganz andere Frage, der wir hier nicht weiter nachgehen wollen.

Dieses Skript ist aus dem Bedürfnis heraus entstanden, Schülern einer Technikerschule die Grundlagen der Regelungstechnik an Hand eines anschaulichen Beispiels nahe zu bringen. Es war dabei ein besonderes Anliegen, die Regelungstechnik intuitiv einzuführen und mit gesundem Menschenverstand Stück für Stück zu erweitern. Wir sind dabei einen Schritt weiter gegangen als üblich: Der hier verwendete Regelmechanismus bewertet nicht nur die Vergangenheit (I-Anteil), die Gegenwart (P-Anteil), die Zukunft (D-Anteil), sondern auch die Veränderung der Zukunft (A-Anteil, „Beschleunigungsanteil“). Aus einem PID-Regler wird auf diese Weise ein PIDA-Regler[®]. Die mathematischen Grundlagen haben wir an das Ende des Skriptes verschoben. Um mit den verschiedenen Regelparametern spielerisch Erfahrung zu sammeln, haben wir ein kleines Programm in Excel zur Verfügung gestellt.

Als historischen Rahmen haben wir das Bordbuch von Columbus verwendet, das 1941 von Dr. Anton Zahorsky im Rascher Verlag Zürich herausgegeben wurde und im Jahr 2002 als ebook im Internet zur Verfügung gestellt wurde (<http://www.fiks.de/>). Die Echtheit dieses Bordbuches ist zwar etwas umstritten, aber es ist zweifelsohne sehr lesenswert, da man etwas über die Psyche von Columbus erfährt und die unglaubliche Arroganz der damaligen Machthaber abschätzen kann. Um dies zu verdeutlichen, haben wir als Vorwort bewusst die Einleitung dieses Bordbuches gewählt. Wir haben dabei den Text direkt übernommen – Rechtschreibfehler und die etwas holprige Sprache samt endlosen Sätzen bitten wir zu entschuldigen.

Wir stellen Ihnen dieses Skript in einer recht niedrigen Auflösung kostenlos zur Verfügung (<http://www.kodeko.de/>). Zugegebenermaßen ist die Qualität ärgerlich schlecht. Für einen geringen Unkostenbeitrag erhalten Sie eine mit Ihrem Namen lizenzierte Fassung mit hoher Auflösung.

Vorrede^A

Im Namen unseres Herren Jesus Christus

An die allerchristlichsten, allerhöchsten, erlauchtsten und mächtigsten Fürsten, den König und die Königin der spanischen Länder und der Inseln des Meeres, unsere Herren.

Im gegenwärtigen Jahre 1492, nachdem Eure Hoheiten dem Kriege gegen die Mauren, die noch in Europa herrschten, in der gewaltigen Stadt Granada ein Ende bereitet hatten, also in jener Stadt, wo ich am Zweiten des Monats Januar dieses selben Jahres mit eigenen Augen sah, wie dank der Waffenerfolge die königlichen Standarten Eurer Hoheiten auf den Türmen der Alhambra, welche die Festung der vorgenannten Stadt ist, hochgezogen wurden und wie der maurische König seinen Palast verließ, um die Hände Eurer Hoheiten und des Fürsten, meines Herren, zu küssen; auf Grund der Berichte, die ich Euren Hoheiten über die Länder Indiens und über einen Fürsten, genannt der »Große Khan«, was in unserer Sprache soviel bedeutet als "König der Könige", zu geben in der Lage war, und im Hinblick auf die Nachricht, daß dieser selbst und seine Vorgänger viele Male Boten nach Rom entsendet hatten, um gelehrte Doctores unseres heiligen Glaubens zu ersuchen, sie darin zu unterweisen, der Heilige Vater aber ihnen niemals Gehör geschenkt habe, weshalb so viele Seelen verlörend gingen, die dem Götzendienst verfielen und verworfenen Sekten beitraten - in jenem gleichen Monat also erwogen Eure Hoheiten, in Ihrer Eigenschaft als katholische Christen, als Freunde und Verbreiter des heiligen christlichen Glaubens und als Feinde der Sekte Mahomeds und jedes andern Götzendienstes und Sektiererwesens, ernstlich den Gedanken, mich, Christoph Kolumbus, nach den vorgenannten Gegenden Indiens zu entsenden, um jene Fürsten, Völker und Orte aufzusuchen und die Möglichkeiten zu erwägen, wie man sie zu unserem heiligen Glauben bekehren könnte. So wurde mir der Auftrag zuteil, mich nicht auf dem Landweg, wie es bisher üblich gewesen, nach dem Fernen Osten aufzumachen, sondern in westlicher Richtung aufzubrechen, also auf einen Wege, den nach unserm Wissen bis auf den heutigen Tag noch niemand befahren hatte.

Nach Vertreibung aller Hebräer aus Ihren Königreichen und Herrscharen befahlen mir Eure Hoheiten im nämlichen Monat Januar, mit einer hinlänglich starken Armada nach den genannten Gestaden Indiens in See zu stechen. Bei dieser Gelegenheit erwiesen Eure Hoheiten mir viele Bezeugungen Ihrer Gunst, indem Sie mir den Adelsrang und das Recht, mich künftighin als "Don" zu bezeichnen, verliehen, mich ferner zum Großadmiral des ozeanischen Meeres, Vizekönig und ständiger Gouverneur aller Inseln und des Festlandes, die ich entdecken und erobern und die man in Zukunft im Ozean entdecken und erobern würde, erhoben und bestimmten, daß mein Erstgeborener, mit denselben Rechten ausgestattet, mir nachfolgen und dies von Generation zu Generation so bleiben solle.

^A Die jeweils **farbig** dargestellten Texte wurden mit freundlicher Genehmigung des Herausgebers folgender Literaturstelle entnommen:

Christoph Columbus, Das Bordbuch der ersten Fahrt

<http://www.fiks.de/>

maya@fiks.de

So fuhr ich am 12. Tage des Monats Mai desselben Jahres 1492, an einem Samstag, von Granada ab und begab mich nach dem Orte Palos, der ein Seehafen ist, allwo ich drei für dieses Unternehmen sehr geeignete Schiffe ausrüstete. Am 3. August dieses Jahres, an einem Freitag, verließ ich diesen Hafen, wohl versehen mit Lebensmitteln und Mannschaften, eine halbe Stunde vor Sonnenaufgang und nahm Kurs auf die Kanarischen Inseln, die zum Besitz Eurer Hoheiten gehören und im genannten Ozean liegen. Von hier aus wollte ich meine Fahrt antreten und so weit vordringen, bis ich nach Indien gelangte, um jenen Fürsten die mir von Euren Hoheiten anvertraute Botschaft zu überbringen und mich auf diese Weise meines Auftrages zu erledigen.

Daher habe ich mir vorgenommen, Tag um Tag auf das gewissenhafteste alles, was ich auf dieser Reise tun oder sehen werde, und jeden Vorfall niederzuschreiben, wie wir späterhin sehen werden. Und während ich, meine fürstlichen Herren, des Nachts aufschreiben werde, was sich tagsüber zgetragen hat, und im Laufe des Tages das in der Nacht Vorgefallene aufzeichnen werde, habe ich mir überdies vorgenommen eine neue Seekarte zu zeichnen, auf der ich die geographische Lage des ganzen Ozeans und der Länder dieses Ozeans angeben werde. Außerdem werde ich ein Buch zusammenstellen, worin ich alles nach aequinoctialer Breite und westlicher Länge bildhaft darstellen will.

Um dies alles vollbringen zu können, wird es unbedingt nötig sein, daß ich den Schlaf vergesse und meine ganze Aufmerksamkeit der Navigation zuwende; denn nur so wird es mir möglich sein, meine Aufgabe zu erfüllen. Dies wird unsäglich viel Mühe kosten.

Selbst wenn um das Jahr 1000 die Nordmänner bereits Amerika entdeckt haben sollten, so bleibt es doch Columbus` Verdienst, die bis dahin längste Seestrecke ohne Landsicht zurückgelegt zu haben. Columbus zeigte einen unwahrscheinlichen Mut und er verfolgte sein Ziel mit einer bewundernswerten Zähigkeit.

Seine Idee war denkbar einfach:

1. Die Erde ist rund. Sie hat einen Umfang von 29.875 km^B.
2. Das gesuchte "Hinterindien" liegt hinter Indien.
3. *Hinterindien* erstreckt sich sehr, sehr weit nach Osten.
4. Wegen Punkt 1 lässt sich *Hinterindien* auch erreichen, wenn man Richtung Westen segelt und wegen Punkt 3 dürfte das nicht allzu lange dauern.

^B Der Erdradius war im 15. Jahrhundert bereits auf wenige Prozent genau bekannt. Wegen eines simplen Umrechnungsfehlers aus den arabischen Werten in die italienischen Seemeilen ging Columbus jedoch von einem um 25 % kleineren Erdradius aus.

5. Indien liegt auf dem 28. Breitengrad – wie La Gomera. Columbus` Plan war es, auf diesem 28. Breitengrad nach *Hinterindien* zu gelangen. Zu diesem Zweck musste er von Gomera aus permanent Westkurs (270°) segeln. Dieses Verfahren war bekannt unter dem Namen „Breitensegeln“.
6. Die Navigation über Kompass war üblich. Allerdings wusste man auch, dass diese Navigation auf langen Strecken mit erheblichen Fehlern verbunden war^C. Nur durch einen Vergleich mit Bekanntem (Inseln, Meerengen, Küsten, ...) konnte ein fehlerhafter Kurs immer wieder korrigiert werden. Da Columbus einen bislang unbekanntem Weg einschlug und Erfahrungswerte bzw. Bekanntes nicht vorhanden waren, musste er einen anderen Weg wählen, um den tatsächlichen Kurs korrigieren zu können.
7. Die jeweilige geographische Breite und damit die Einhaltung des 28. **Breitengrades** lässt sich täglich während der Morgendämmerung über den Polarstern bestimmen^D.
8. Die Bestimmung des Längengrades war zu jener Zeit nur sehr begrenzt möglich. Erst 1759 konnte der Längengrad zuverlässig über eine sogenannte Längenuhr gemessen werden^E. Columbus bediente sich hier der „Koppelnavigation“, ein Verfahren zur laufenden Ortsbestimmung mittels des Kurses und der zurückgelegten Wegstrecke. Die Wegstrecke ist jedoch nur indirekt über die Geschwindigkeit und die Zeit (nicht Uhrzeit!) festzustellen. Die Geschwindigkeit wurde zur damaligen Zeit über ein sogenanntes „Log“ ermittelt. Dies ist eine Art Holzscheit, das von einem fahrenden Schiff in das Wasser geworfen wird. Das Scheit ist über eine mit regelmäßig angebrachten Knoten versehene Leine (Logleine) mit dem Schiff lose verbunden. Über eine Sanduhr (Glasenuhr) wird nun gemessen, wie viele Knoten man dem im Wasser zurückbleibenden Holzscheit bis zum Ablauf der Sanduhr geben muss, um die Logleine nicht zu straffen. Bei entsprechender Einteilung der Knoten auf der Logleine ließ sich so die Geschwindigkeit des Schiffes direkt ablesen. Die Logleine wird daraufhin wieder an Bord gezogen. Bis zur nächsten Messung wird die Geschwindigkeit als konstant betrachtet. Aus der Geschwindigkeitsmessung und der Zeitspanne zwischen zwei Messungen kann letztendlich die Wegstrecke ermittelt werden.
9. Da Columbus eigentlich nicht genau wusste, wo er hin wollte, konnte ihm die mangelnde Bestimmung des Längengrades ziemlich egal sein. Wichtig wäre diese Information nur wegen der tatsächlichen Entfernung zum Heimathafen gewesen. Interessanterweise verwendet Columbus in seinem Bordbuch den

^C Selbst wenn ein Kompass absolut fehlerfrei arbeiten würde, so würde ein Schiff dennoch den eingeschlagenen Kurs verlassen, da es Winden und Strömungen ausgesetzt ist. Während eine Korrektur des Windeinflusses noch recht einfach möglich ist, kann ein Strömungseinfluss über den Kompass nicht korrigiert werden.

^D Dieses Verfahren war bekannt. Der Winkel zwischen dem Horizont und dem Polarstern entspricht der geographischen Breite, auf der man sich befindet. So ist der Winkel auf dem Äquator 0°, am Nordpol 90°. Columbus hat seinem Kompass jedoch mehr vertraut als der Unbeweglichkeit des Polarsterns, wie seine Aufzeichnungen zeigen → 17. September 1492: ...Die Kapitäne stellten die Lage fest und merkten, daß die Kompassse wiederum um einen guten Such deklinierten (abwichen); die Matrosen zeigten sich fürchtensam und bekümmert, sagten aber nicht warum. Ich bemerkte es und trug den Kapitänen auf, bei Tagesanbruch aufs neue den Standort zu bestimmen und die Nadeln mit dem Nordpunkt genau zu kontrollieren. Hierbei stellten sie fest, daß die Nadeln doch richtig waren. Dies rührte nicht daher, daß die Nadeln sich bewegten, wohl aber der Polarstern... → 30. September 1492: ...Zu Beginn der Nacht ergeben die Kompaßnadeln eine Deklination um einen Kompaßstrich, während sie bei Anbruch des Morgens genau in der Richtung zum Polarstern liegen, weshalb es einleuchtet, daß der Polarstern genau so wie die andern Sterne beweglich ist und daß die Kompaßnadeln stets die Wahrheit verzeichnen. Die Abweichungen, die Columbus hier feststellt, sind tatsächlich real und haben nichts mit Störungen des Magnetfeldes zu tun. Sie beruhen darauf, dass der Polarstern eben nicht ganz im Norden steht, sondern etwas versetzt ist. In dem Sinne vollführt der geographische Nordpol während eines Tages eine Kreisbewegung um die Lage des Polarsternes aus mit einem Radius von etwa 3 Grad. Um diese Abweichung zu vermeiden bzw. zumindest konstant zu halten, ist es notwendig, den Polarstern immer zur gleichen Uhrzeit anzupeilen. Eine Uhrzeit im eigentlichen Sinne war auf Schiffen jedoch nicht zugänglich. Als sinnvolle Alternative bietet sich die Dämmerung an, denn zum einen spiegelt sie die bordeigene Uhrzeit wieder und zum anderen ist der Polarstern auch sichtbar.

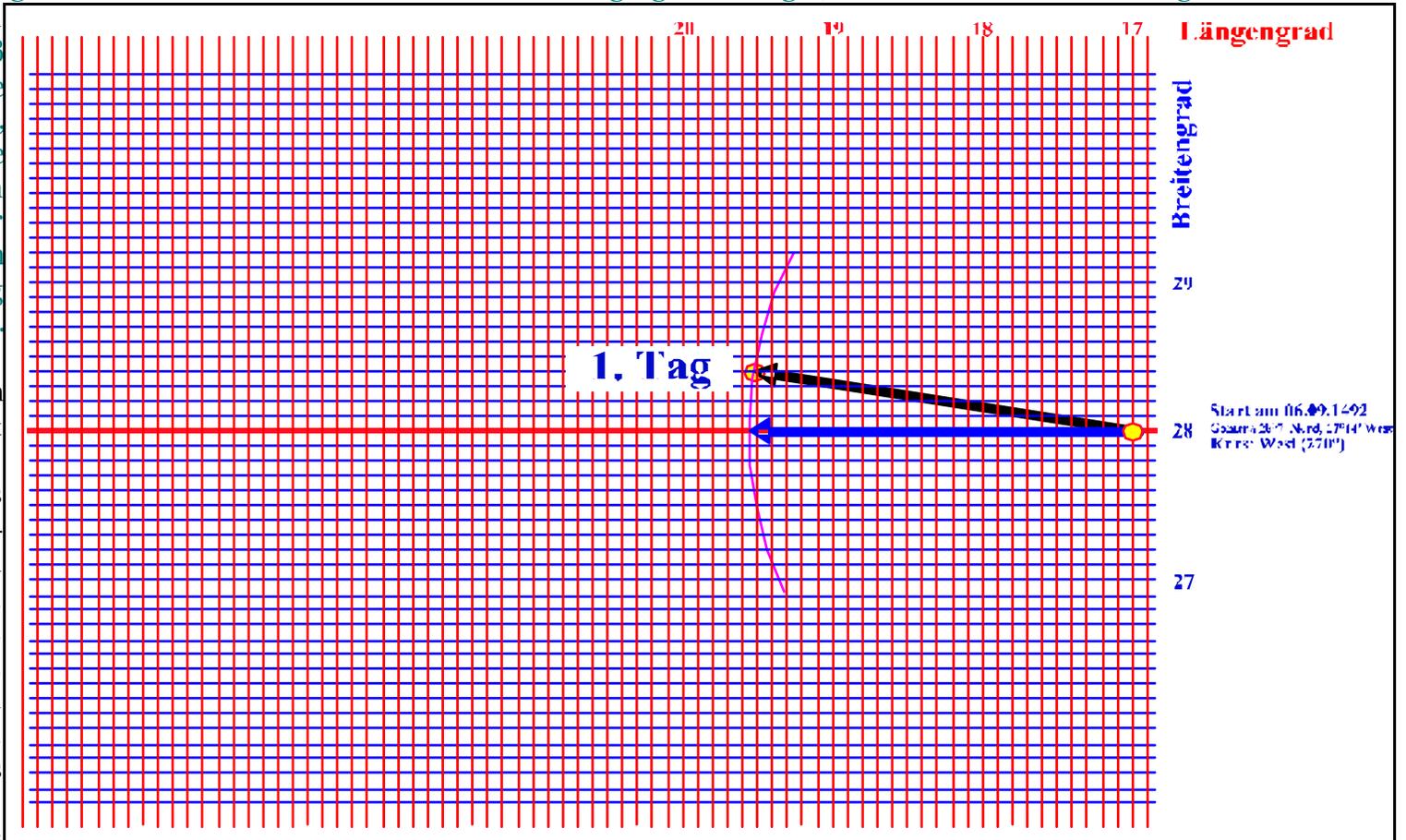
^E Eine Längenuhr ist im Prinzip nichts anderes als eine - auch über einen längeren Zeitraum hinweg – genaue Uhr, die am Abfahrtspunkt (Längengrad bekannt) mit der dortigen Uhrzeit synchronisiert wird. Der Sonnenhöchststand wird ortsunabhängig als 12:00 Uhr festgelegt. Eine Abweichung der Längenuhr von 4 Minuten beim Sonnenhöchststand bedeutet eine Längenänderung von einem Grad in Bezug auf den Abfahrtsort.

Begriff „westliche Länge“ oder Ähnliches nur im Vorwort (siehe Seite 3). Warum ist in seinen Aufzeichnungen immer wieder vom Breitengrad die Rede, niemals jedoch vom Längengrad – obwohl die Einteilung der Erde in Längengrade bereits seit Jahrhunderten bekannt war? Lediglich über den Bezugspunkt (heute: Greenwich) konnte man sich noch nicht einig werden.

6. September 1492: Am Morgen dieses Tages verließ ich den Hafen von La Gomera und ging unter Segel, um meine Überfahrt zu beginnen. Eine uns begegnende Karavelle, die von der Insel Ferro kam, verständigte mich davon, daß in jenen Gewässern drei portugiesische Karavellen kreuzten, in der Absicht, mich abzufangen. Dieses Vorhaben steht im Zusammenhang mit dem Unwillen des Königs von Portugal, der darüber verärgert war, weil ich mich nach Kastilien begeben habe, um dem König dieses Landes meine Dienste anzutragen.

7. September 1492: Columbus war am 06.09.1492 von Gomera mit Kurs West (270°) gestartet.

Vereinfachend sei davon auszugehen, dass Columbus den Kurs innerhalb von 24 Stunden nicht geändert hat. Die über dem Wasser zurückgelegte Wegstrecke wird nach dem oben beschriebenen Verfahren stündlich gemessen. Die Summe der Wegstrecken ergibt eine Länge, die durch den blauen Pfeil gekennzeichnet ist. Columbus müsste sich also am Morgen des 7.9. an der Spitze des blauen Pfeils befinden. In der nebenstehenden Abbildung sind vertikal die

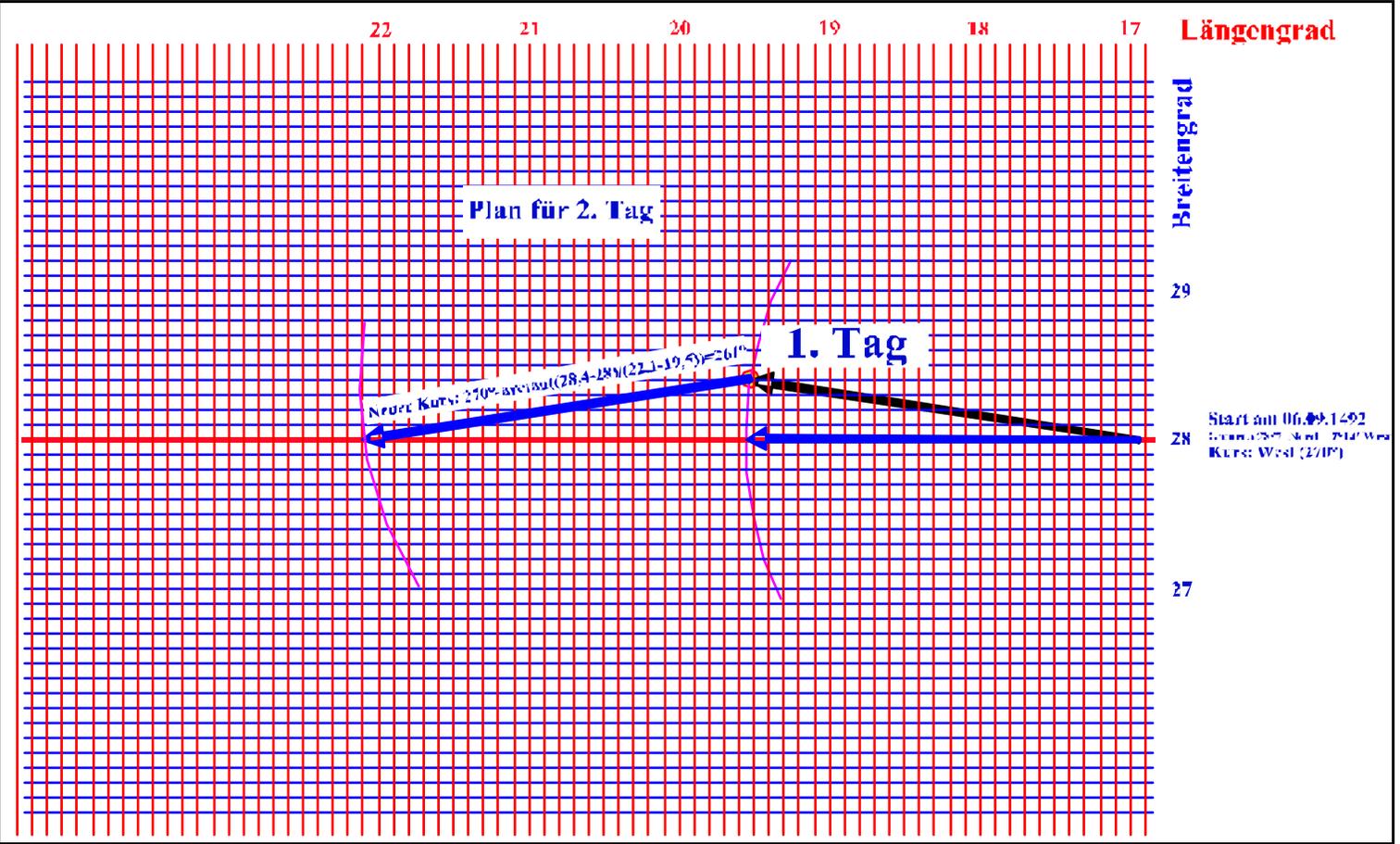


Breitengrade aufgetragen, horizontal die Längengrade. Columbus zieht mit dem Zirkel um Gomera einen Kreis mit dem Radius der zurückgelegten Wegstrecke. Die Bestimmung des aktuellen Breitengrades ergibt einen Wert von $28,4^\circ$ nördlicher Breite. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Breite $28,4^\circ$ ergibt den tatsächlichen aktuellen Standort.

Planung für den zweiten Tag: Columbus war offenbar etwas vom Kurs abgekommen, was auf Grund von Wind- und Strömungseinflüssen durchaus normal war. Um den Kurs für den folgenden Tag zu planen, ging er davon aus, die gleiche Wegstrecke wie am Vortag zurücklegen zu können. Durch den neuen Kurs sollte am 2. Tag der 28. Breitengrad wieder erreicht werden. Columbus zieht mit einem Zirkel einen Kreisbogen um den Standort des ersten Tages mit dem Radius der Wegstrecke des ersten Tages. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem 28. Breitengrad ergibt den geplanten Standort für den 2. Tag. Er kennzeichnet den geplanten Weg durch einen blauen Pfeil. Der neue Kurs lässt sich folgendermaßen berechnen: $\text{Kurs} = 270^\circ - \arctan((28,4 - 28)/(22,1 - 19,5)) = 261^\circ$.

Columbus hatte weder einen Taschenrechner, noch ein Tabellenwerk über die Tangensfunktion. Dies ist jedoch auch nicht notwendig, da sich der Kurs bei entsprechend eingeteiltem Koordinatensystem schlicht mit einem Winkelmesser bestimmen lässt. Nun kann ein Kurs von 261° auf einem Segelschiff höchst unwahrscheinlich über 24 Stunden hinweg gesegelt werden. Es wird jedoch versucht, über eine Koppelnavigation den Kurs möglichst genau einzuhalten. Koppelnavigation bedeutet, dass in regelmäßigen kurzen Zeitabständen (z.B. eine Stunde) die zurückgelegte Wegstrecke gemessen wird und mit dem eingeschlagenen Kurs ge“koppelt“ wird. Dies ergibt stündlich einen neuen (vermutlichen) Standort, der für Korrekturen des eingeschlagenen Kurses verantwortlich sein kann.

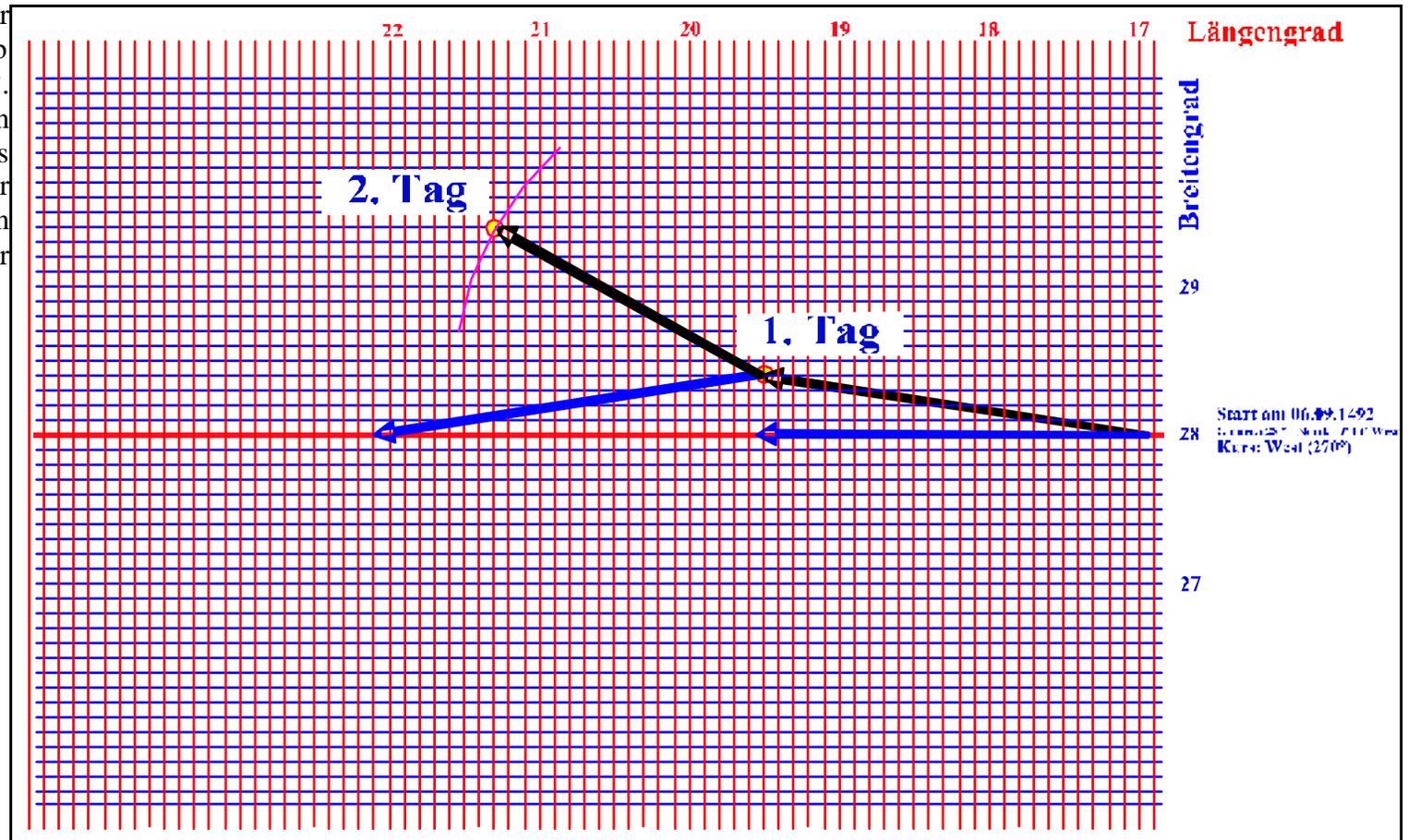
Die Koppelnavigation ist für die Idee, die wir hier verfolgen, belanglos. Aus diesem Grund wird der Einfachheit halber zwischen altem und neuem Standort ein Pfeil gezeichnet. Wie die genaue Wegstrecke dabei tatsächlich verläuft, spielt eine recht



untergeordnete Rolle, da zu der damaligen Zeit keine Möglichkeit bestand, den Längengrad zu bestimmen. Eine Koppelnavigation über eine Wegstrecke von

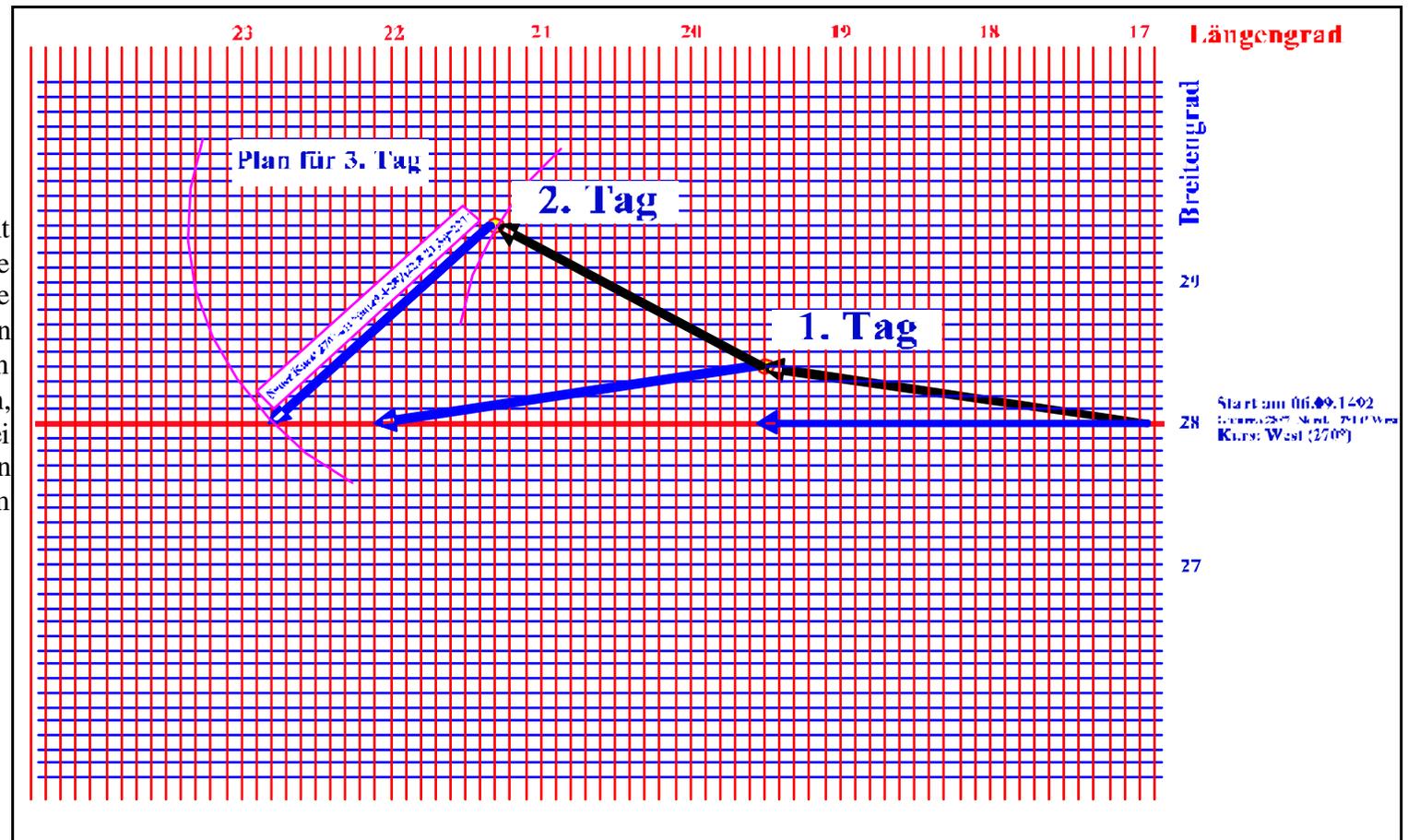
Gomera nach Guanahani (dort landete Columbus letztendlich) ist hinsichtlich des Längengrades äußerst fehlerhaft. Beim Breitengrad gibt es immer wieder die Möglichkeit, die durchgeführte Kopplung über den Polarstern zu korrigieren, beim Längengrad gab es diesbezüglich schlicht keine Möglichkeit.

8. September 1492: Columbus staunt nicht schlecht, als er an diesem Tag eine Standortbestimmung durchführt. Die zurückgelegte Wegstrecke hat sich als kürzer herausgestellt, als sie am Vortag geplant war und eine Peilung über den Polarstern ergab für den Breitengrad einen Wert von $29,4^\circ$. Wieder zieht er einen Kreisbogen um den Standort des ersten Tages mit dem Radius der zurückgelegten Strecke. Der Schnittpunkt dieses Bogens mit dem $29,4$ -ten Breitengrad ergibt den neuen Standort für den 2. Tag.

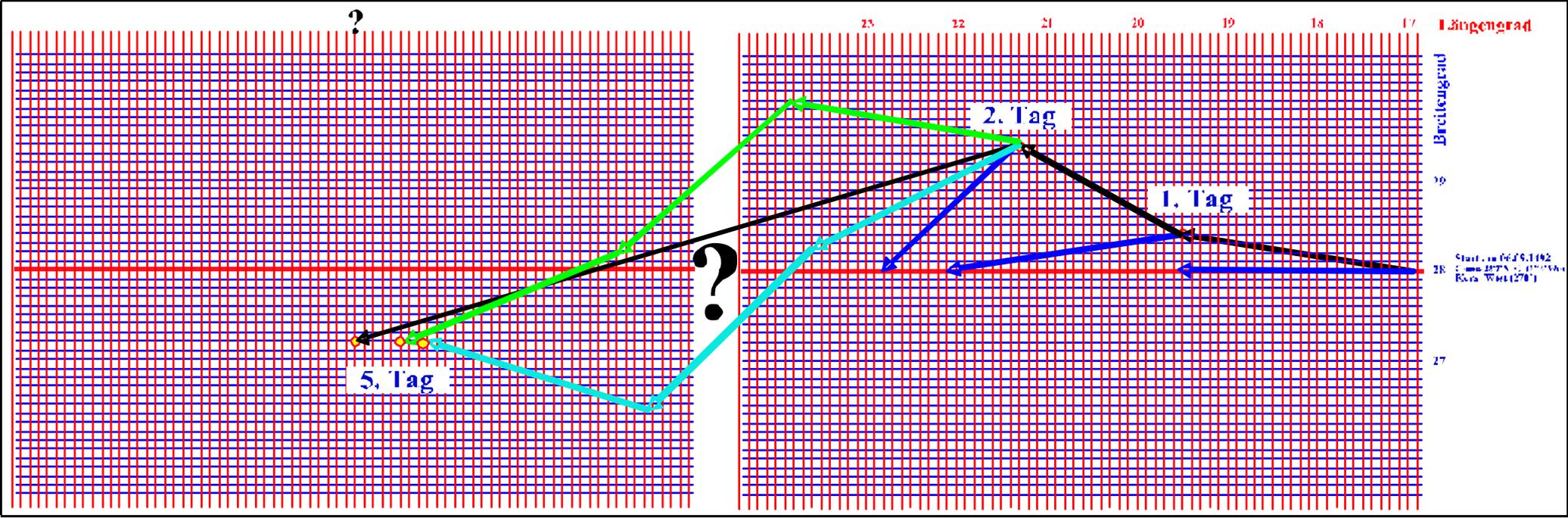


Planung für den dritten Tag: Columbus muss nun stark gegensteuern. Er nimmt an, dass er die gleiche Wegstrecke wie am Vortag zurücklegen wird und er plant, den 28. Breitengrad am nächsten Tag wieder zu erreichen. Er zieht einen Kreisbogen um den Standort des zweiten Tages mit dem Radius des zweiten Tages und zieht einen Pfeil vom zweiten Tag zum Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem 28. Breitengrad. Die Pfeilrichtung gibt den Kurs an. Rechnerisch ergibt sich:
 Neuer Kurs = $270^\circ - \arctan\left(\frac{29,4 - 28}{22,8 - 21,3}\right) = 227^\circ$.

Am späten Nachmittag zog ein Gewitter mit Sturm und Hagel auf. Wegen des über Tage anhaltenden schlechten Wetters war eine Standortbestimmung über den Polarstern nicht möglich. Columbus musste den Standort über Koppelnavigation ermitteln, bis der dadurch gemachte Positionsfehler bei guter Sicht wieder über den Polarstern korrigiert werden konnte. Dies war erst am 5. Tag der Fall.



11. September 1492: Endlich war wieder eine genaue Positionsbestimmung (zumindest) hinsichtlich des Breitengrades möglich. Sie lieferte einen Wert von $27,2^\circ$ nördlicher Breite. Aber wo war der Längengrad? Columbus hat zwischen dem 2. und dem 5. Tag eine insgesamt Wegstrecke gemessen, die der Länge des schwarzen Pfeils entspricht. Allerdings hat sein Schiff sicherlich nicht genau diesen Weg zurückgelegt, sondern eventuell den grünen oder den hellblauen Weg. Die schwarze, grüne und hellblaue Wegstrecke sind genau gleich lang. Dies soll lediglich verdeutlichen, dass die Koppelnavigation hinsichtlich des Längengrades problematisch war. Columbus konnte demnach nicht wissen a) auf welchem Längengrad er sich genau befand, b) wie weit er tatsächlich vom Heimathafen entfernt war und c) wie weit es noch nach Hinterindien war.



Columbus hat in seinem Bordbuch immer wieder erwähnt, dass er der Mannschaft nicht die am jeweiligen Tag tatsächlich zurückgelegte Wegstrecke genannt hat, sondern bewusst weniger^F. Die bewusst zu niedrig angegebenen täglichen Wegstrecken hatten zweierlei Gründe:

1. Columbus hatte im Prinzip hinsichtlich der Wegstrecke nach Hinterindien alle getäuscht. Tatsächlich hat er mit einer doppelt so hohen Wegstrecke gerechnet als er seinen Geldgebern und seiner Mannschaft gegenüber angegeben hat. Die fehlerhaft weitergegebenen täglichen Wegstrecken sollten diesen „Betrug“ kaschieren. Columbus war auch bewusst, dass während der Reise die mit genommenen Lebensmittel knapp werden würden.
2. Es war durchaus damit zu rechnen, dass die Mannschaft nach entsprechend langer erfolgloser Fahrt die Rückreise fordern würde. Dies würde umso früher eintreten, je weiter sich die Mannschaft von der Heimat entfernt fühlte. Gab Columbus daher jeden Tag weniger Seemeilen an, so konnte eine Forderung nach einer Rückreise zeitlich nach hinten geschoben werden.

Im Laufe der folgenden Tage ist Columbus wegen des nicht ermittelbaren Längengrades frustrierter denn je. Er weiß zwar auf welchem Breitengrad er unterwegs ist, aber er kennt weder die Entfernung nach Spanien, noch nach Hinterindien.

Da kommt ihm eine geniale Idee:

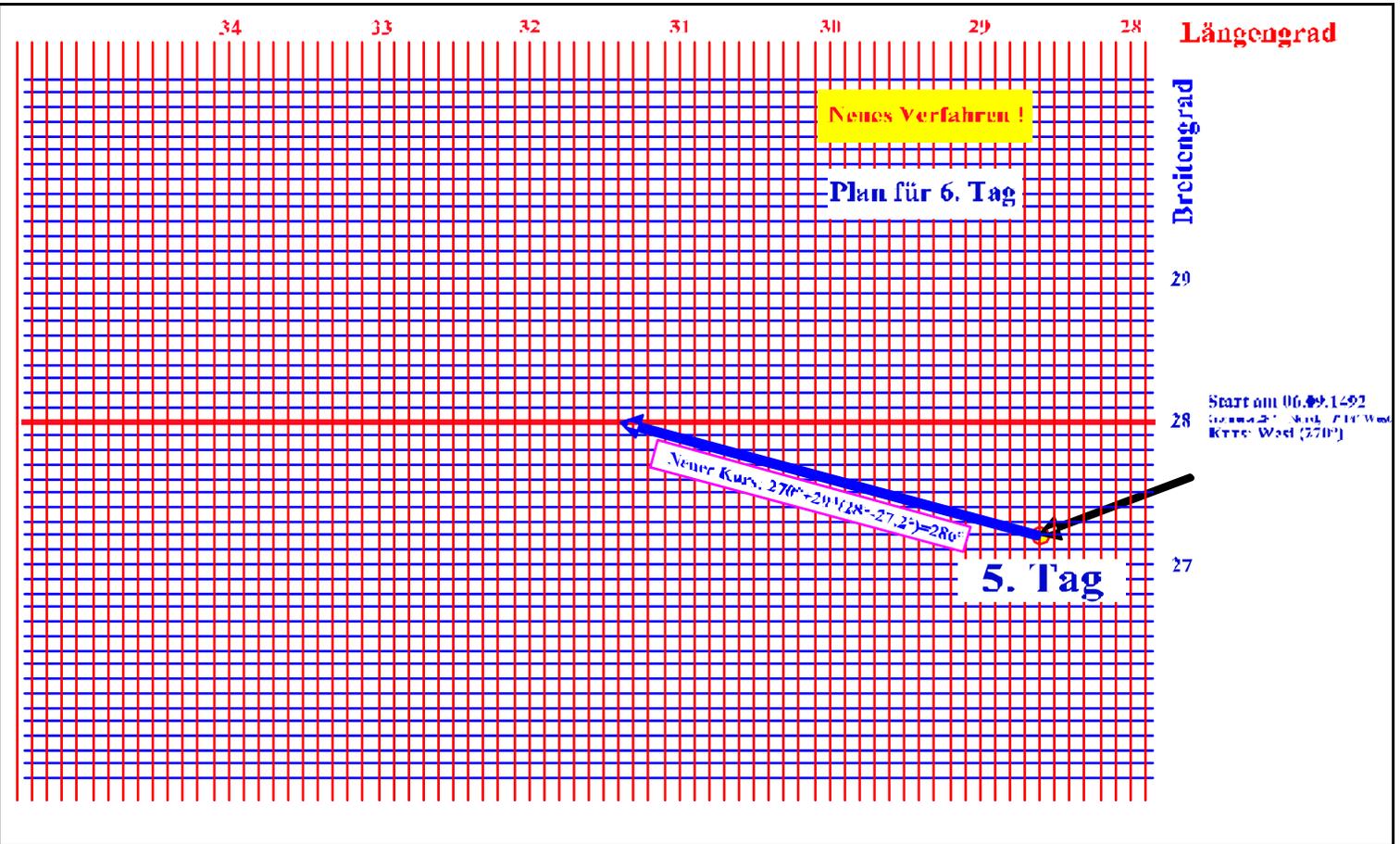
- x Eigentlich ist es doch egal, auf welchem Längengrad er sich befindet. Er möchte nach Hinterindien, weiß nicht wie lange es noch dauert und an eine Umkehr ist von seiner Seite aus nicht zu denken.
- x Da er sowieso nicht weiß, wo er sich befindet, kann er die Navigation deutlich vereinfachen: Wichtig ist lediglich die Einhaltung des 28. Breitengrades und täglich möglichst viel Fahrt Richtung Westen zu machen.
- x Die Abweichung vom 28. Breitengrad wird täglich einmal über den Polarstern gemessen. Dieser Abweichung muss Columbus etwas gegensteuern, also vom Westkurs etwas abkommen und zwar umso mehr, je größer die Abweichung ist. Hierfür nur die Abweichung selbst zu nehmen, wäre etwas wenig, deshalb stellt er folgende Überlegung an: Gesetzt den Fall, er hätte diesen Gedanken bereits bei der Planung für den zweiten Tag (siehe Seite 6) gehabt, so sollte nach der „neuen“ Methode derselbe Kurs errechnet werden wie bei der „alten“ Methode. Er stellt dabei fest, dass die Abweichung mit der Zahl 20 multipliziert und mit der Zahl 270 addiert werden muss. Die erhaltene Zahl ergibt den neuen Tages-Kurs^G. Dieser Vorgang wird täglich wiederholt.

^F So schreibt Columbus z.B. am 4. Oktober 1492 in sein Bordbuch: **Ich rückte um 252 Seemeilen gegen Westen vor, in Nacht und Tagfahrt; der Mannschaft gab ich nur 184 an.** Offenbar hat er sogar seinen eigenen Kapitän belogen, denn am 1. Oktober 1492 vermerkt er in seinem Bordbuch: **Den Berechnungen des Kapitäns an Bord meines Schiffes zufolge, bei Anbruch des Morgens, hatten wir von der Insel Ferro bis hierher 2312 Seemeilen in westlicher Richtung zurückgelegt; meine verminderte Berechnung, die für meine Mannschaft bestimmt war, ergab 2336 Seemeilen, während die genaue Berechnung, die ich geheimhielt, 2828 Seemeilen ausmachte.** In diesem Zusammenhang ist auch der Eintrag vom 19. September 1492 interessant: **Die Kapitäne machten sich an die Positionsbestimmung; nach der Berechnung jenes der "Niña" befanden wir uns in einer Entfernung von 1760 Seemeilen von den Kanarischen Inseln, während diese vom Kapitän der "Pinta" auf bloß 1680 Seemeilen, und von meinem Kapitän auf rund 1600 Seemeilen abgeschätzt wurde.** Eine lineare Hochrechnung zeigt, dass Columbus selbst eine Entfernung von $2828/2336 \cdot 1600 = 1937$ Seemeilen ermittelt hat. **Hier stellt sich natürlich die Frage, wie 3 Kapitäne auf ganz andere Zahlen kommen können wie Columbus.**

^G Laut Polarstern befindet sich Columbus am ersten Tag auf der Breite $28,4^\circ$. Die Abweichung zum 28. Breitengrad beträgt $28^\circ - 28,4^\circ = -0,4^\circ$. Dieser Wert wird mit 20 multipliziert (ergibt -8°) und mit 270° addiert. Dies liefert schließlich den neuen Kurs von $-8^\circ + 270^\circ = 262^\circ$. Die Übereinstimmung mit der früher durchgeführten Planung (errechneter Kurs: 261°) ist nahezu perfekt.

COLUMBUS PLANT DEN 6. TAG nach dem neuen Verfahren. Er geht bei seinen Überlegungen davon aus, dass er sich auf dem 28,6-ten Längengrad

befindet^H. Ihm fällt schon hier bei der Berechnung auf, dass er den Längengrad eigentlich nicht mehr benötigt. Die Darstellung behält er jedoch zunächst bei, da sie zumindest einen gewissen Anhaltspunkt liefert, wie weit entfernt er sich von der Heimat befindet. Für die Bestimmung des neuen Tageskurses benötigt er weder den aktuellen Längengrad, noch den für den Folgetag angestrebten. Auch die an diesem Tag angestrebte Wegstrecke geht in das Ergebnis nicht ein. Der neue Kurs berechnet sich folgendermaßen: Neuer Kurs = $270^\circ + \text{Faktor} \cdot (\text{angestrebter Breitengrad} - \text{aktueller Breitengrad}) = 270^\circ + 20 \cdot (28^\circ - 27,2^\circ) = 286^\circ$. Den Kurs trägt Columbus in sein Diagramm ein, indem er einen Pfeil vom Standort des 5. Tages mit dem angestrebten Kurs (Winkel) zeichnet. Da er nicht weiß, wie lange die gefahrene Wegstrecke sein wird, lässt er den Pfeil (mehr oder weniger willkürlich) auf dem 28. Breitengrad enden. Sollte er an diesem Tag überdurchschnittlich schnell unterwegs sein, so würde er am 6. Tag oberhalb des 28. Breitengrades enden, sollte er langsamer vorankommen, würde er nur bis knapp unterhalb des 28. Breitengrades gelangen. Wichtig ist lediglich, dass er sich dem 28. Breitengrad wieder nähern wird, alles Weitere werden die Überlegungen des Folgetages ergeben.

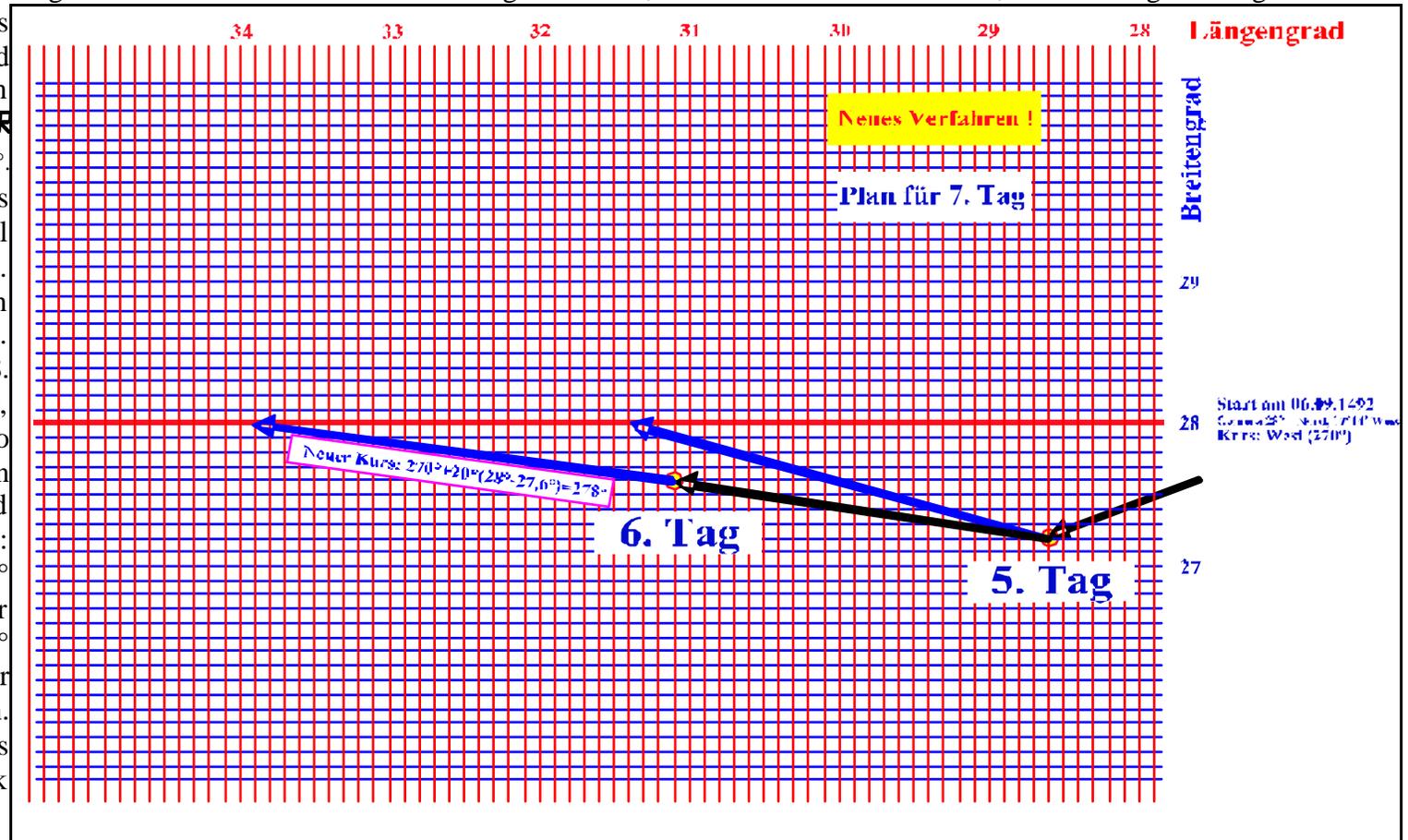


^H Dies entspricht dem Standort, der sich in der Abbildung für den 5. Tag (siehe Seite 9) ganz links befindet.

Der mit „20“ angesetzte Faktor ist – wie bereits erwähnt - nicht willkürlich! Columbus hat diesen Faktor der Planung für den zweiten Tag entnommen. Hinterfragt man den Zahlenwert tiefer, so stellt man fest, dass Columbus hier eine Normierung auf sein Schiff vorgenommen hat. In dieser Zahl ist eine angestrebte mittlere Geschwindigkeit enthalten und damit auch eine angestrebte mittlere tägliche Wegstrecke. Tendenziell ist es so, dass der Faktor umso kleiner wird, je schneller das Schiff ist.

12. September 1492: In der Morgendämmerung wird über den Polarstern ein Breitengrad von 27,6° nördlicher Breite ermittelt, die durchsegelte Wegstrecke war

etwas kleiner als erwartet. Columbus kennzeichnet den neuen Standort und bestimmt nach dem vereinfachten Verfahren den neuen Kurs. **NEUER KURS FÜR DEN 7. TAG** = $270^\circ + 20 \cdot (28^\circ - 27,6^\circ) = 278^\circ$. Wieder gibt ein blauer Pfeil den neuen Kurs an und wieder lässt Columbus den Pfeil (willkürlich) auf dem 28. Breitengrad enden. Etwas verwirrt ist Columbus über den neuen Kurs schon! Das Verfahren hat ihn vom 5. auf den 6. Tag nicht ausreichend zum 28. Breitengrad geführt. Es erscheint sinnvoller, den letzten Tageskurs beizubehalten, denn so würde er bei gleich bleibenden Verhältnissen am 7. Tag exakt den 28. Breitengrad erreichen wie folgende Überlegung zeigt: Vom 5. auf den 6. Tag ist er bei Kurs 286° dem 28. Breitengrad um 0,4° näher gekommen. Da ihm am 6. Tag nur noch 0,4° zum 28. Breitengrad fehlen, wäre es nur konsequent, den alten Kurs beizubehalten. Dennoch hält sich Columbus eisern an das neue Verfahren. Er wird dieser Problematik jedoch später näher nachgehen.

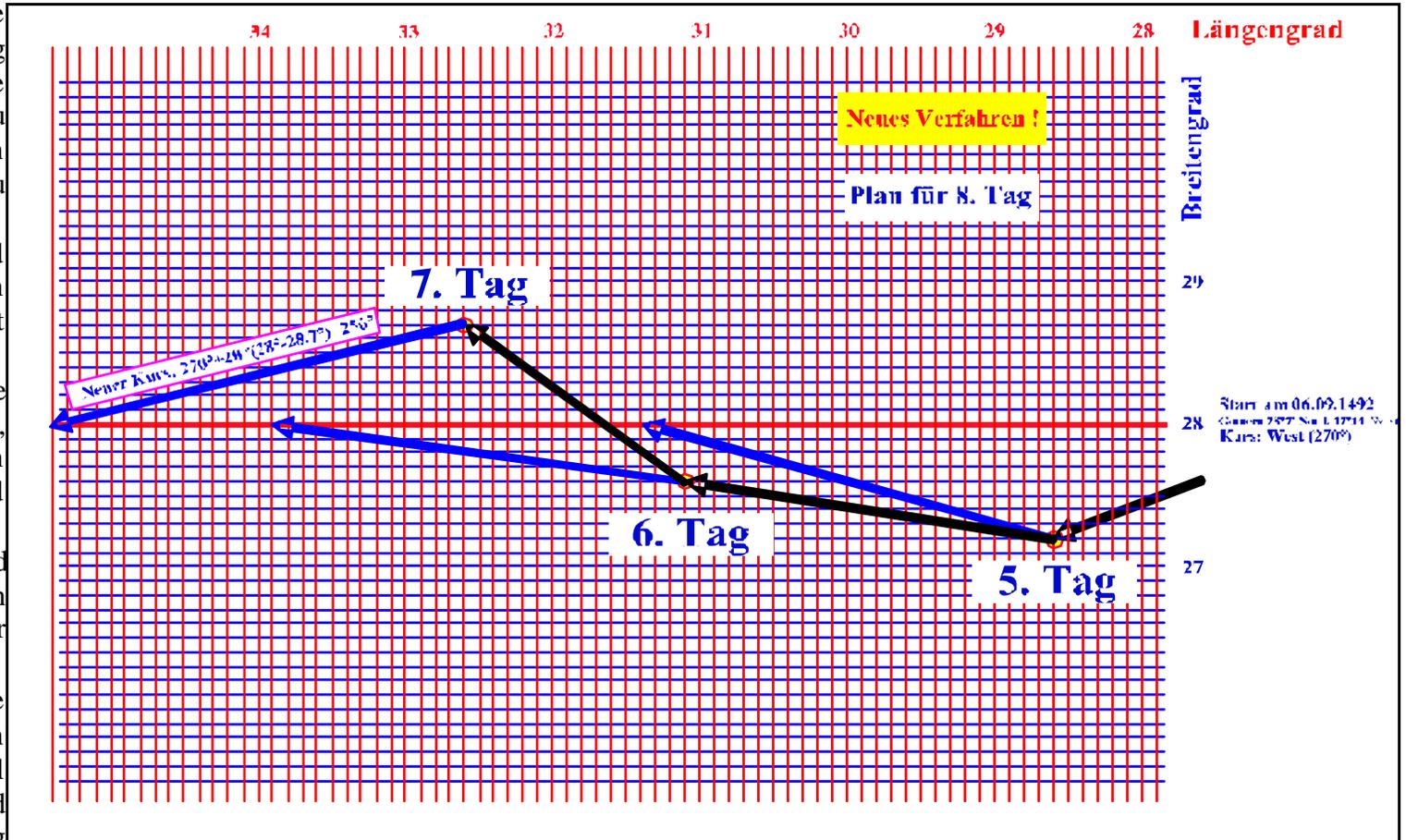


13. September 1492: Die neue geographische Breite wird zu $28,7^\circ$ bestimmt, Columbus wurde offenbar deutlich über den 28. Breitengrad hinausgetragen. Er erkennt, dass die Überlegungen des Vortages hinsichtlich der Genauigkeit (zunächst einmal) nicht unbedingt dringlich sind. Ihm wird auch klar, dass er noch weiter über das Ziel hinaus geschossen wäre, wenn er am 6. Tag den Kurs des 5. Tages beibehalten hätte.

DER NEUE KURS FÜR DEN 8. TAG berechnet sich zu: $270^\circ - 20 \cdot (28,7^\circ - 28^\circ) = 256^\circ$. Inwiefern sich Columbus am 7. Tag tatsächlich auf dem 32,6-ten Längengrad befindet, ist aus den bereits erwähnten Gründen höchst unsicher.

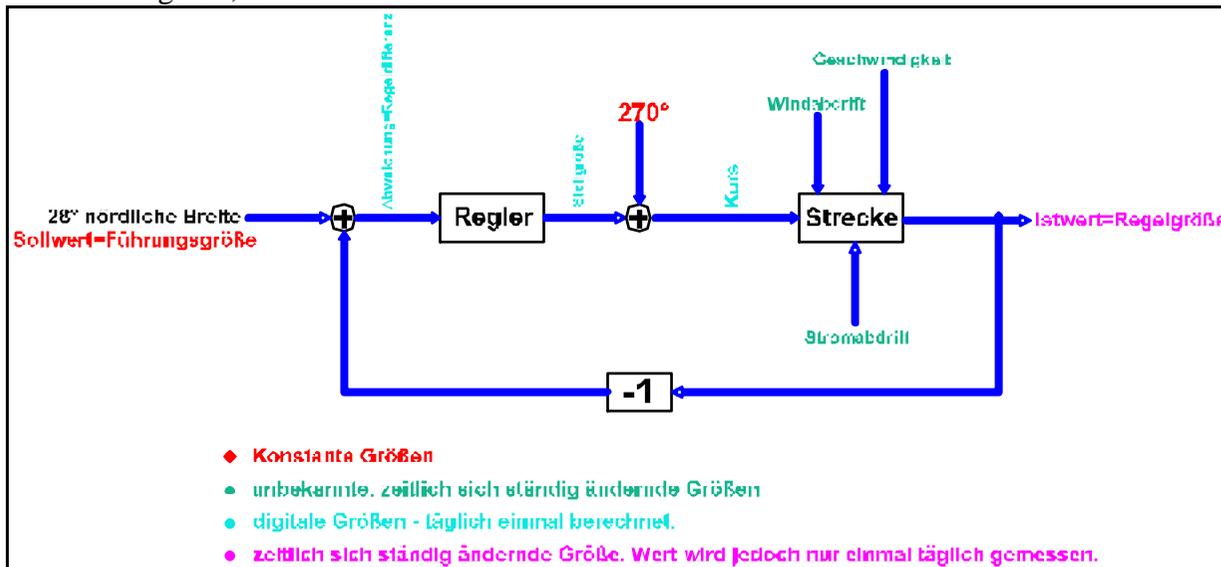
Columbus macht sich die folgenden Tage über das neue Verfahren, das offenkundig ganz passabel funktioniert, prinzipielle Gedanken. Er versucht, das Verfahren zu verallgemeinern und mit möglichst wenigen Punkten die grundsätzlichen Elemente zu verdeutlichen:

- Sein Ziel ist es, den 28. Breitengrad auf dem Weg nach Hinterindien beizubehalten. Dieses Ziel bezeichnet er als **Sollwert**.
- Täglich einmal kann der tatsächliche Breitengrad, auf dem er sich befindet, über den Polarstern gemessen werden. Diesen Breitengrad bezeichnet er als **Istwert**.
- Ein Vergleich zwischen **Soll-** und **Istwert** (Differenzenbildung) ergibt in Verbindung mit einfachster Mathematik den neuen Kurs.
- Der Sollwert bleibt über alle Tage konstant, der Istwert verändert sich permanent, wird jedoch nur einmal täglich gemessen. Aus diesem Grund kann auch die Abweichung (Differenz) zwischen Soll- und Istwert nur einmal täglich berechnet werden und letztendlich kann aus demselben Grund auch nur einmal täglich ein neuer Kurs eingeschlagen werden.



Columbus macht sich ein „Bild“ über den Ablauf des neuen Verfahrens, ein Bild, das die Wirkung der einzelnen Größen auf den Kurs zum Ausdruck bringen soll. Er zeichnet einen **Wirkungsplan**. Grob betrachtet hat der Plan einen Eingang (Sollwert) und einen Ausgang, den Istwert. Der Sollwert bleibt für alle Zeiten konstant bei einem Wert von 28° . Dies entspricht dem 28. Grad nördlicher Breite. Der Sollwert ist also nicht etwa ein Kurs von 270° (Westrichtung), der beim Breitensegeln eingehalten werden sollte, sondern der Breitengrad selbst. Der Breitengrad, auf dem sich Columbus bewegen **soll**, verändert sich nie, auf welchem Breitengrad Columbus jedoch **ist**, hängt von vielen Parametern ab und ändert sich im Prinzip ständig. Columbus ist aus den bereits erwähnten Gründen nur **einmal** am Tag in der Lage, den aktuellen Breitengrad, den Istwert, zu bestimmen. Diese neue Information muss er dann schnellstmöglich umsetzen. Der zeitliche Ablauf könnte hierbei folgendermaßen aussehen:

- 05:30 Uhr → Bestimmung des **Istwertes** (aktueller Breitengrad, z.B. $28,7^\circ\text{N}$) über den Polarstern kurz vor Sonnenaufgang.
- 05:35 Uhr → Berechnung der **Abweichung** zwischen Soll- und Istwert: $28^\circ - 28,7^\circ = -0,7^\circ$.
- 05:36 Uhr → Aus der Abweichung zwischen Soll- und Istwert muss eine neue Stellung für das Steuer errechnet werden. Diese Größe wird als **Stellgröße** bezeichnet, kann jedoch vom Steuermann noch nicht direkt umgesetzt werden. Die Gedankengänge oder auch die Hardware, die sich zwischen der Abweichung und der Stellgröße befinden, werden als **Regler** bezeichnet – sozusagen das Gehirn des Verfahrens. In unserem Beispiel macht der Regler nichts anderes als den Eingangswert mit einer Zahl (nämlich 20) zu multiplizieren. Die Stellgröße beträgt demnach $-0,7^\circ \cdot 20 = -14^\circ$.
- 05:37 Uhr → Um auf einen Schiffskurs zu kommen, müssen zur Stellgröße noch 270° addiert werden. Die Summe von $270^\circ - 14^\circ = 256^\circ$ ergibt schließlich den neuen **Kurs**. Diesen Kurs versucht der Steuermann einzuhalten – für einen kompletten Tag!
- Von 05:38 Uhr bis zum folgenden Tag um 05:30 Uhr ändert sich weder die Abweichung (sie kann nur einmal am Tag gemessen werden), noch die Stellgröße, noch der Kurs.



Der errechnete Kurs bleibt den ganzen Tag über erhalten, er bestimmt im Wesentlichen den Weg des Schiffes auf seiner **Strecke**. Zusätzliche Einflüsse können sich störend auf diesen Weg auswirken – sie werden zusammenfassend als **Störgrößen** bezeichnet. Diese Größen verändern nicht den eingeschlagenen Kurs, sie sorgen jedoch dafür, dass das Schiff auf der Strecke von seinem Weg abkommt. Zu nennen sind hier Strömungseinflüsse oder eine Abdrift durch Seitenwind, aber auch die Geschwindigkeit des Schiffes selbst ist dafür verantwortlich, auf welchem Breitengrad es am Folgetag zu finden sein wird.

Beim hier verwendeten Regler wird der Eingang mit einer Zahl multipliziert und an den Ausgang weitergegeben. Der Ausgang ist also dem Eingang proportional. Ein solcher Regler wird als **Proportionalregler (P-Regler)** bezeichnet.

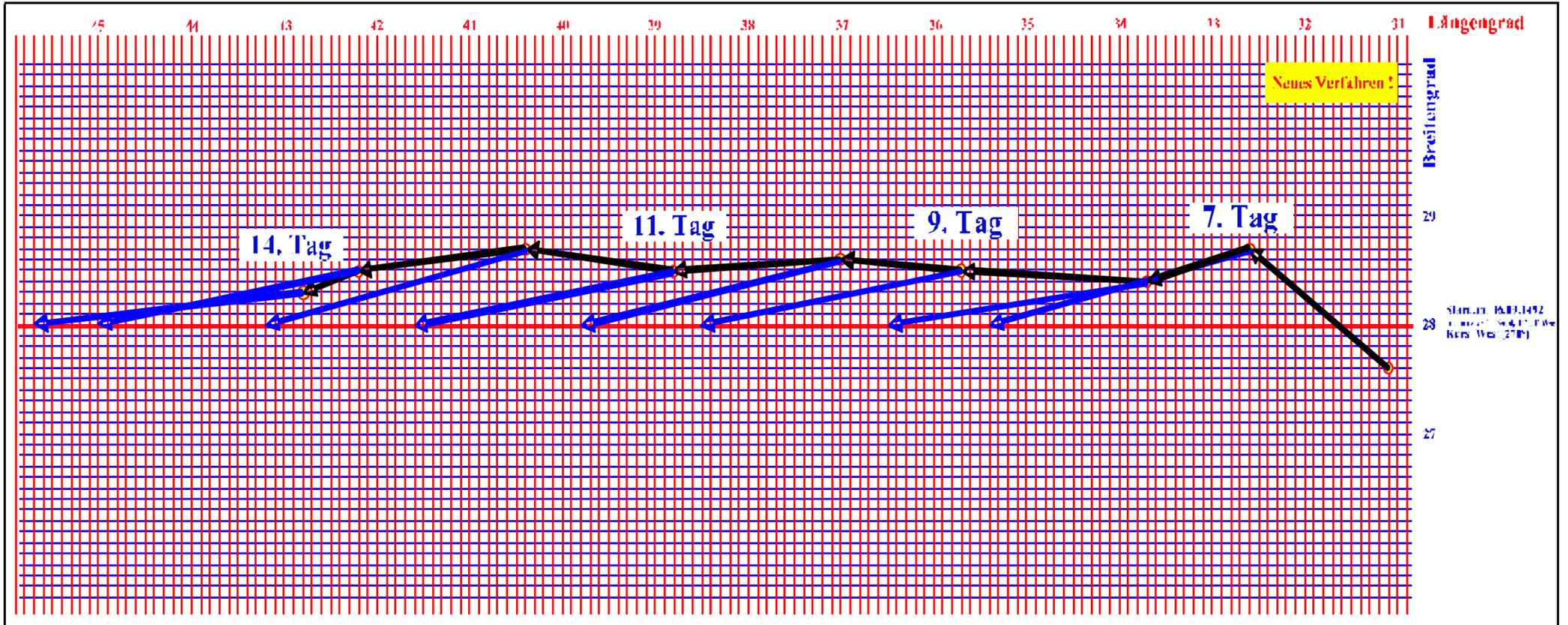
Die Rückführung des Istwertes auf den Eingang des Reglers bildet eine Kreisstruktur – die Anordnung wird als **Regelkreis** bezeichnet. Innerhalb des Regelkreises gibt es wert- und zeitdiskrete Größen. Zeitdiskret bedeutet, dass die Größe genau genommen nur zu ganz bestimmten Zeiten vorhanden ist. Üblicherweise wird die Größe jedoch bis zum nächsten Zeitpunkt konstant gehalten. Wertdiskret wiederum ist eine Größe dann, wenn sie nur ganz bestimmte Zahlenwerte annehmen kann. So ist im obigen Regelkreis die gemessene Istgröße (Breitengrad) sicherlich wertdiskret, da sie im besten Fall auf eine Nachkommastelle genau gemessen werden kann. Als Folge davon sind auch die Abweichung, die Stellgröße und der Kurs wertdiskret. Wert- und zeitdiskrete Größen werden als **digital** bezeichnet.

Hat **Columbus** den **ersten digitalen** Regelkreis mit einem **P-Regler** erfunden?

Das wissen wir nicht, aber möglich und auch denkbar wäre es! Und es wäre auch denkbar, dass er auf seiner langen Reise seinen Regler noch vervollkommen konnte.

TAG 8 BIS 14: Columbus plant die Route an den folgenden Tagen mit dem neuen Verfahren. Die schwarzen Pfeile geben die tatsächliche Route wieder, die blauen Pfeile die Planungen für die jeweiligen Tage. Die Ergebnisse sind bemerkenswert und veranlassen Columbus, die Strategie zu verfeinern:

- Die blauen Pfeile geben in erster Linie den anvisierten Kurs des jeweiligen Tages wider, erst in zweiter Linie den angestrebten Breitengrad des Folgetages. Die Berechnungen basieren auf einer Normierung (siehe Seite 10), die eine gewisse durchschnittliche Geschwindigkeit voraussetzt. Da die blauen Pfeile die schwarzen Pfeile überholen, kommt Columbus offenbar langsamer voran als geplant.
- Die Planungen des 7. und 8. Tages sowie diejenigen des 13. und 14. Tages zeigen, dass die Regelung umso weniger eingreift, je näher man sich am Ziel befindet. Offenbar versucht die Strategie, das angestrebte Ziel äußerst langsam zu erreichen und da das Bestreben, den 28. Breitengrad zu erreichen mit



Zielnähe immer kleiner wird, ist davon auszugehen, dass das Ziel selbst theoretisch nie erreicht werden kann. Dies ist für Columbus nun eigentlich nicht gerade tragisch, da er ja gar nicht genau weiß, wohin er will und ob er nun Hinterindien auf dem 28. oder dem 29. Breitengrad erreicht, ist eigentlich ziemlich belanglos.

- Columbus ist Perfektionist. Es ärgert ihn, dass er mit seiner Santa Maria offenbar immer oberhalb des 28. Breitengrad hängen bleibt. In Gedanken macht er sich folgenden Plan: Es sollte eine zusätzlich Komponente wirken, die die Abweichungen auch der vergangenen Tage mit einfließen lässt. Wenn also wie in der Darstellung über Tage hinweg stets eine negative Abweichung (Sollwert<Istwert) vorhanden ist, dann sollte dies auf irgendeine Art Einfluss auf den gewählten Kurs haben.

Columbus plant also, auch die Abweichungen der vergangenen Tage in den Regelprozess mit aufzunehmen. Dabei sollen größere vergangene Abweichungen mehr Einfluss haben, kleinere Abweichungen weniger Einfluss. Er entscheidet sich, die Abweichungen der vergangenen Woche zu addieren und durch die Anzahl der Tage zu dividieren – er bildet eine mittlere zeitliche Abweichung für die vergangene Woche.

Die Abweichungen im Einzelnen waren folgende:

Tag 7 : $-0,7^\circ$ Tag 8 : $-0,4^\circ$ Tag 9 : $-0,5^\circ$ Tag 10 : $-0,6^\circ$ Tag 11 : $-0,5^\circ$ Tag 12: $-0,7^\circ$ Tag 13 : $-0,5^\circ$

Der Mittelwert liegt damit bei $(-0,7^\circ-0,4^\circ-0,5^\circ-0,6^\circ-0,5^\circ-0,7^\circ-0,5^\circ)/7 = -0,56^\circ$.

Die Abweichung am 14. Tag, die bisher nicht berücksichtigt wurde, liegt bei $-0,3^\circ$.

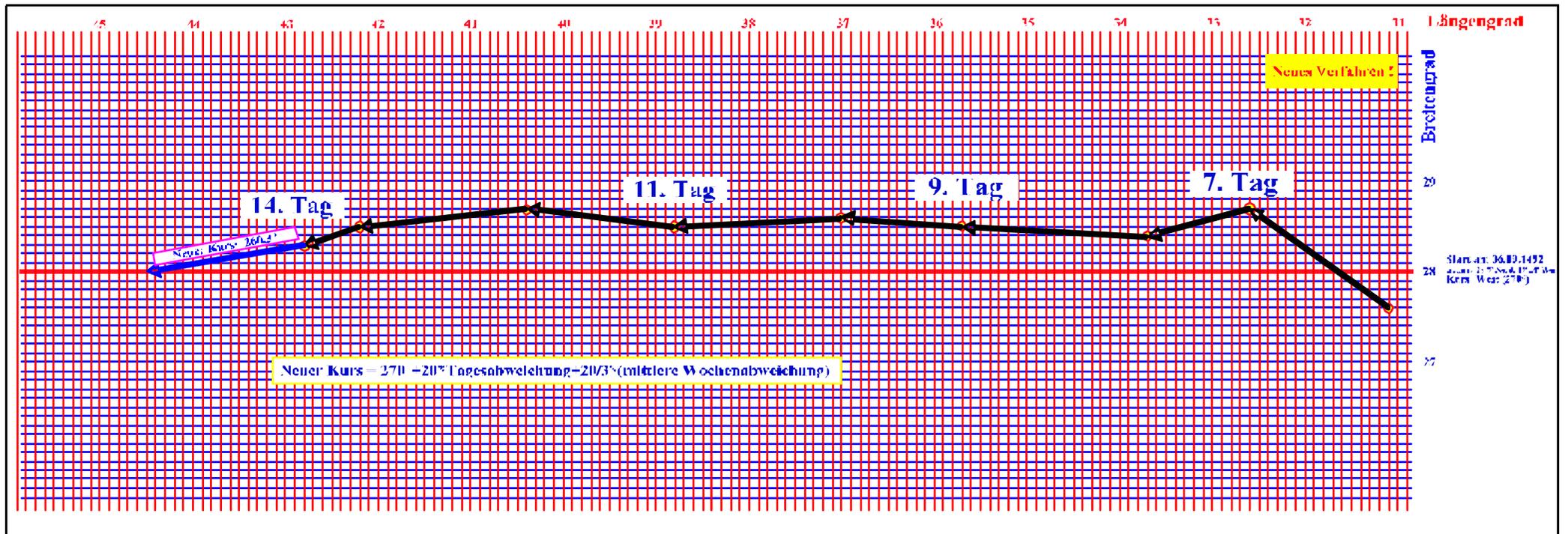
Nach dem bisherigen Verfahren muss nun die augenblickliche Abweichung von $-0,3^\circ$ mit der Zahl 20 multipliziert werden, aber womit multipliziert man den neu hinzugekommenen Anteil des Mittelwertes? Zunächst einmal erscheint es sinnvoll, den Mittelwert in die Berechnung des neuen Kurses schwächer eingehen zu lassen als den Augenblickswert. Man benötigt also grundsätzlich zwei verschiedene Faktoren.

Für den Faktor des Mittelwertes kann man folgende Überlegung anstellen: Angenommen die Augenblicksabweichung liege bei $-0,5^\circ$, die Mittelwertabweichung bei 0° . Der P-Regler würde eine Stellgröße von $-20 \cdot 0,5^\circ = -10^\circ$ einstellen, was zu einem Kurs von $270^\circ - 10^\circ = 260^\circ$ führen würde. Unter normalen Bedingungen würde das Schiff am Folgetag den 28. Breitengrad erreichen. Im umgekehrten Fall, nämlich Augenblicksabweichung bei 0° und Mittelwertabweichung bei $-0,5^\circ$ würde es eigentlich genügen, wenn die Abweichung nach etwa drei Tagen ausgeglichen wäre. Der Faktor für den Mittelwert müsste demnach mit $20/3$ angesetzt werden.

Damit ergibt sich der neue Kurs zu: $270^\circ + 20 \cdot (-0,3^\circ) + 20/3 \cdot (-0,56^\circ) = 260,3^\circ$

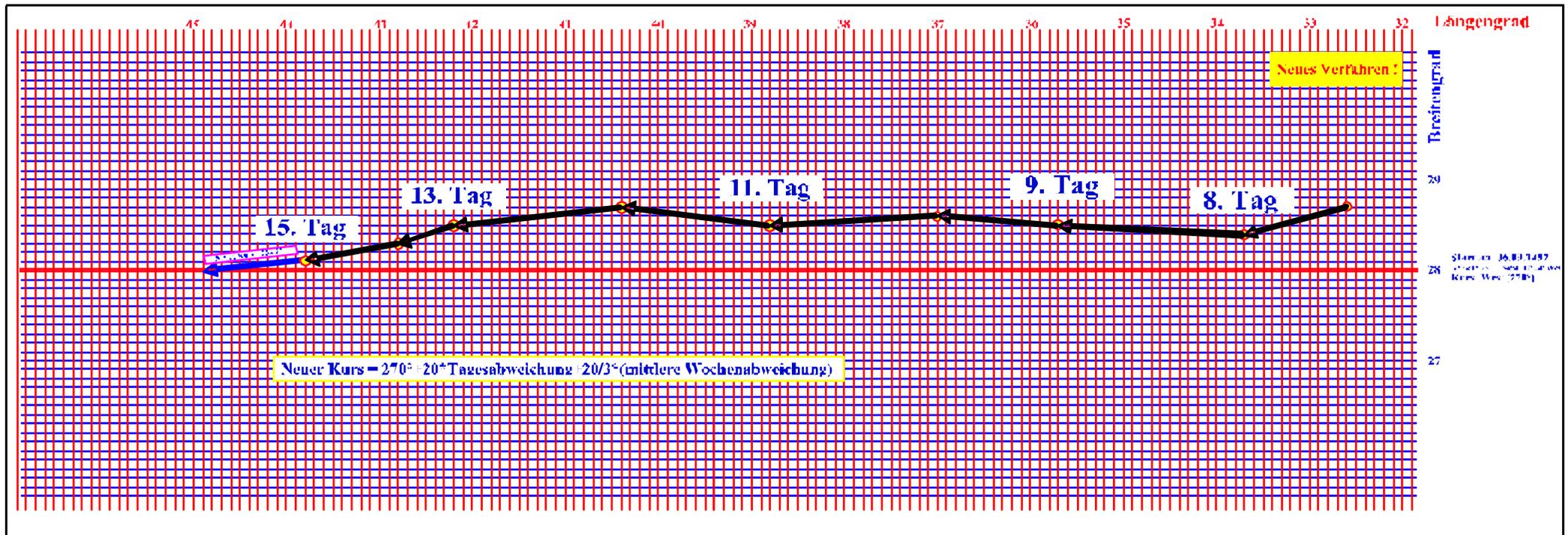
Zusammenfassung: Neuer Kurs = $270^\circ + 20 \cdot (\text{Tagesabweichung}) + 20/3 \cdot (\text{mittlere Wochenabweichung})$

COLUMBUS PLANT TAG 15:



Durch die hinzugekommene Bewertung der vergangenen Tage steuert Columbus mit dem neuen Kurs eigentlich weiter südlich, als er es an Hand der aktuellen Abweichung vom Sollwert müsste.

COLUMBUS PLANT TAG 16: Die Abweichung vom 28. Breitengrad beträgt nur noch $-0,1^\circ$. Das verbesserte Verfahren scheint sich zu bewähren. Zur weiteren Planung bewertet er wieder die Abweichungen der vergangenen 7 Tage:

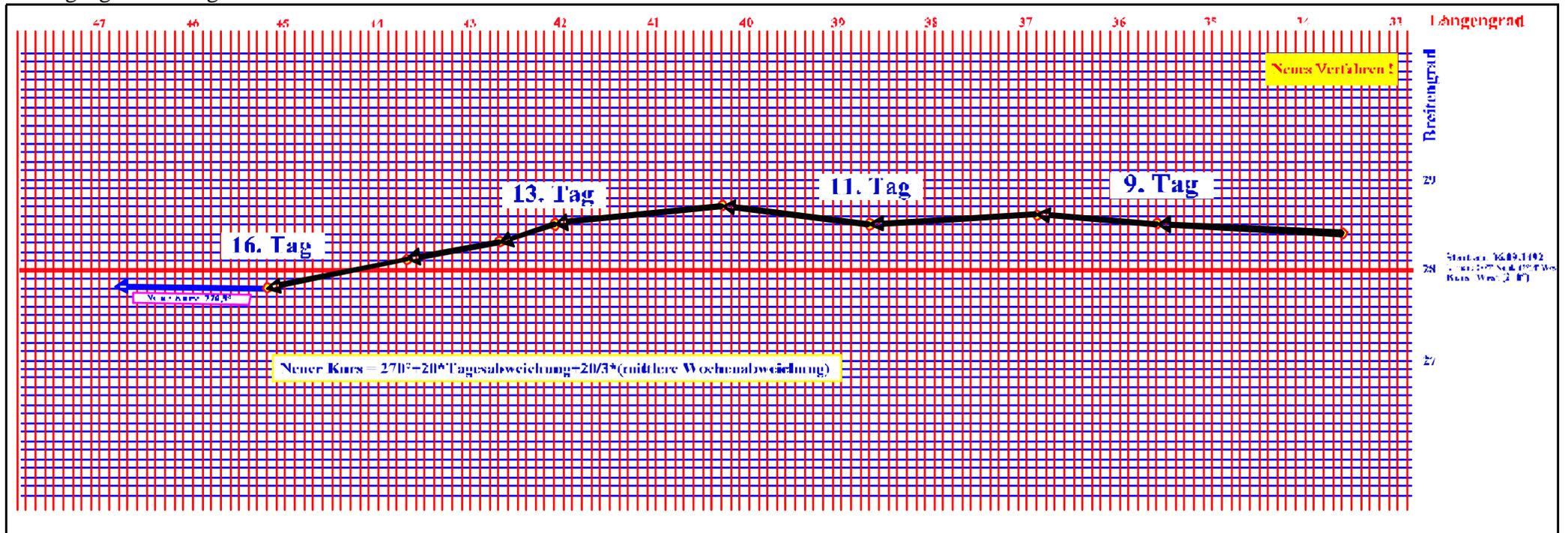


Tag 8 : $-0,4^\circ$ Tag 9 : $-0,5^\circ$ Tag 10 : $-0,6^\circ$ Tag 11 : $-0,5^\circ$ Tag 12: $-0,7^\circ$ Tag 13 : $-0,5^\circ$ Tag 14: $-0,3^\circ$
 Der Mittelwert liegt damit bei $(-0,4^\circ - 0,5^\circ - 0,6^\circ - 0,5^\circ - 0,7^\circ - 0,5^\circ - 0,3^\circ) / 7 = -0,50^\circ$.

Die Abweichung am 15. Tag, die bisher nicht berücksichtigt wurde, liegt bei $-0,1^\circ$.

Der neue Kurs liegt damit bei: $270^\circ + 20 \cdot (-0,1^\circ) + 20/3 \cdot (-0,5^\circ) = 264,7^\circ$

COLUMBUS PLANT TAG 17: Die Abweichung vom 28. Breitengrad beträgt nur noch $0,2^\circ$. Zur weiteren Planung bewertet er wieder die Abweichungen der vergangenen 7 Tage:



Tag 9 : $-0,5^\circ$ Tag 10 : $-0,6^\circ$ Tag 11 : $-0,5^\circ$ Tag 12: $-0,7^\circ$ Tag 13 : $-0,5^\circ$ Tag 14: $-0,3^\circ$ Tag 15: $-0,1^\circ$
 Der Mittelwert liegt damit bei $(-0,5^\circ - 0,6^\circ - 0,5^\circ - 0,7^\circ - 0,5^\circ - 0,3^\circ - 0,1^\circ) / 7 = -0,46^\circ$.

Die Abweichung am 16. Tag, die bisher nicht berücksichtigt wurde, liegt bei $+0,2^\circ$.

Der neue Kurs liegt damit bei: $270^\circ + 20 \cdot (+0,2^\circ) + 20/3 \cdot (-0,46^\circ) = 270,9^\circ$

Columbus steuert also ziemlich genau Westkurs. Würde nur die aktuelle Abweichung für den neuen Kurs verantwortlich sein, so müsste der Kurs etwas nördlicher sein. Durch die Abweichung der vergangenen 7 Tage wird dem allerdings etwas entgegen gewirkt.

30. September 1492: Wir setzten die Fahrt nach Westen fort. Wegen der herrschenden Windstille kamen wir nur um 56 Seemeilen in 24 Stunden vorwärts, doch vermeldete ich nur 44. Vier kleine Vögel ließen sich auf dem Flaggschiff nieder, was sehr dafür sprach, daß Land in der Nähe war, denn so viele Vögel derselben Gattung, die zusammen flogen, konnten sich nicht gut von den andern getrennt oder sich verfliegen haben. Zweimal wurden je zwei Pelikane und viel Gras gesichtet.

Ich stellte fest, daß jene Sterne, die die "guardias" (Wächter) genannt werden, bei Anbruch der Nacht in der Nähe des Armes in westlicher Richtung liegen, während sie im Morgendämmern unterhalb des Armes im Nordosten stehen; es scheint, als hätten sie im Laufe der Nacht sich nur um 3 Linien verschoben, was 9 Stunden entsprechen würde; dies bewahrheitet sich in jeder Nacht.¹

Zu Beginn der Nacht ergeben die Kompaßnadeln eine Deklination um einen Kompaßstrich, während sie bei Anbruch des Morgens genau in der Richtung zum Polarstern liegen, weshalb es einleuchtend ist, daß der Polarstern genau so wie die andern Sterne beweglich ist und daß die Kompaßnadeln stets die Wahrheit verzeichnen.^j

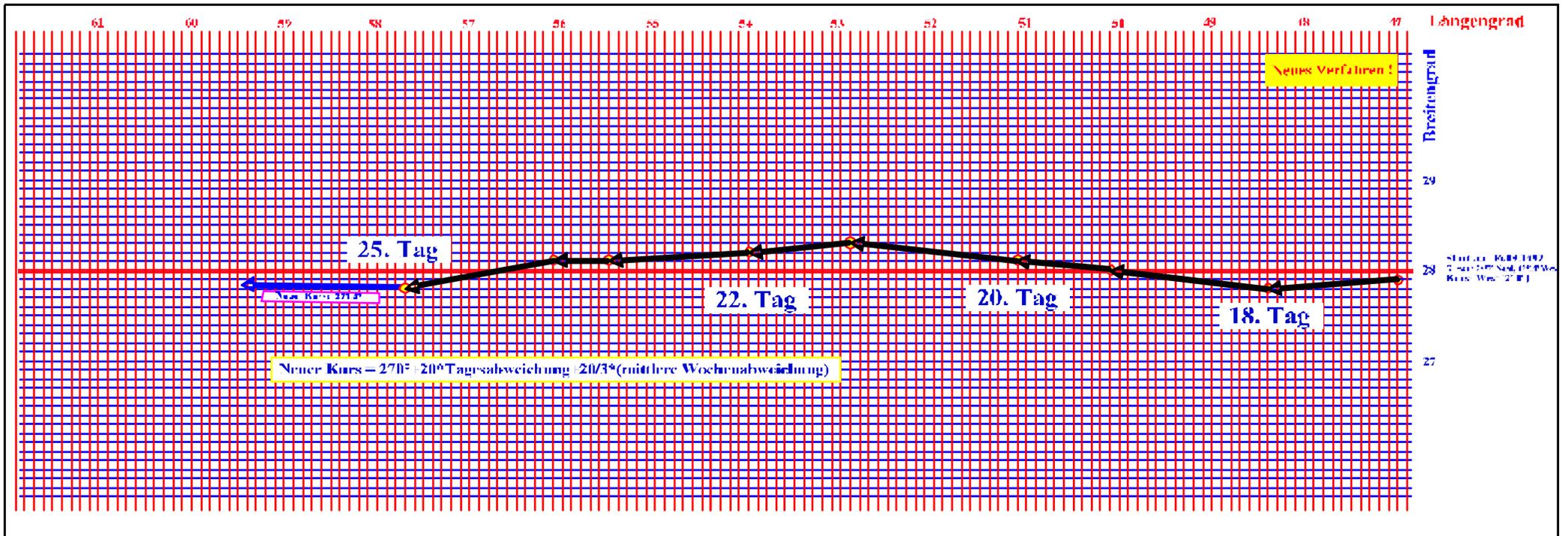
01. Oktober 1492: Auf unserer Fahrt nach Westen legten wir weitere 100 Seemeilen zurück; meinen Leuten vermeldete ich nur 80. Ein großer Regenguß ging nieder. Den Berechnungen des Kapitäns an Bord meines Schiffes zufolge, bei Anbruch des Morgens, hatten wir von der Insel Ferro bis hierher 2312 Seemeilen in westlicher Richtung zurückgelegt; meine verminderte Berechnung, die für meine Mannschaft bestimmt war, ergab 2336 Seemeilen, während die genaue Berechnung, die ich geheimhielt, 2828 Seemeilen ausmachte.^k

¹ Offenbar hat Columbus seiner „Borduhr“ (Sanduhr) in keinster Weise vertraut. Selbst eine Zeit von nur 9 Stunden waren über die Sterne genauer abzulesen als über die Sanduhr. Dies mag auch durchaus daher rühren, dass der Wachhabende seine Arbeitszeit leicht verkürzen konnte, wenn er die Sanduhren (Halbstundenglas und Vierstundenglas) umgedreht hat, bevor der ganze Sand durchgerieselst war...

^j Die Beobachtung ist durchaus richtig, aber die Folgerung ist natürlich falsch. Columbus hat den Fehlereinfluss dadurch minimiert, indem er die Bestimmung des Breitengrades auf Grund dieser Beobachtung stets im Morgengrauen durchführen ließ.

^k Angenommen Columbus hätte mit seiner Berechnung recht und er meint mit seinen 2828 Seemeilen nicht die gefahrene Strecke, sondern die in westlicher Richtung gefahrene Strecke, so befände er sich an diesem Tag nur noch 300 Seemeilen vor Florida, bzw. er hätte den Standort, an dem er letztendlich am 12. Oktober landen wird, bereits am heutigen Tage sehen müssen.

Am Spätnachmittag zieht ein Gewitter mit starken Böen aus Südost auf. Columbus gerät in eine Schlechtwetterlage. Dennoch hält er sich eisern an sein Verfahren und berechnet den **KURS FÜR DEN 26. TAG**(der 1. Oktober ist der 25. Tag auf See - nach seiner Rechnung):



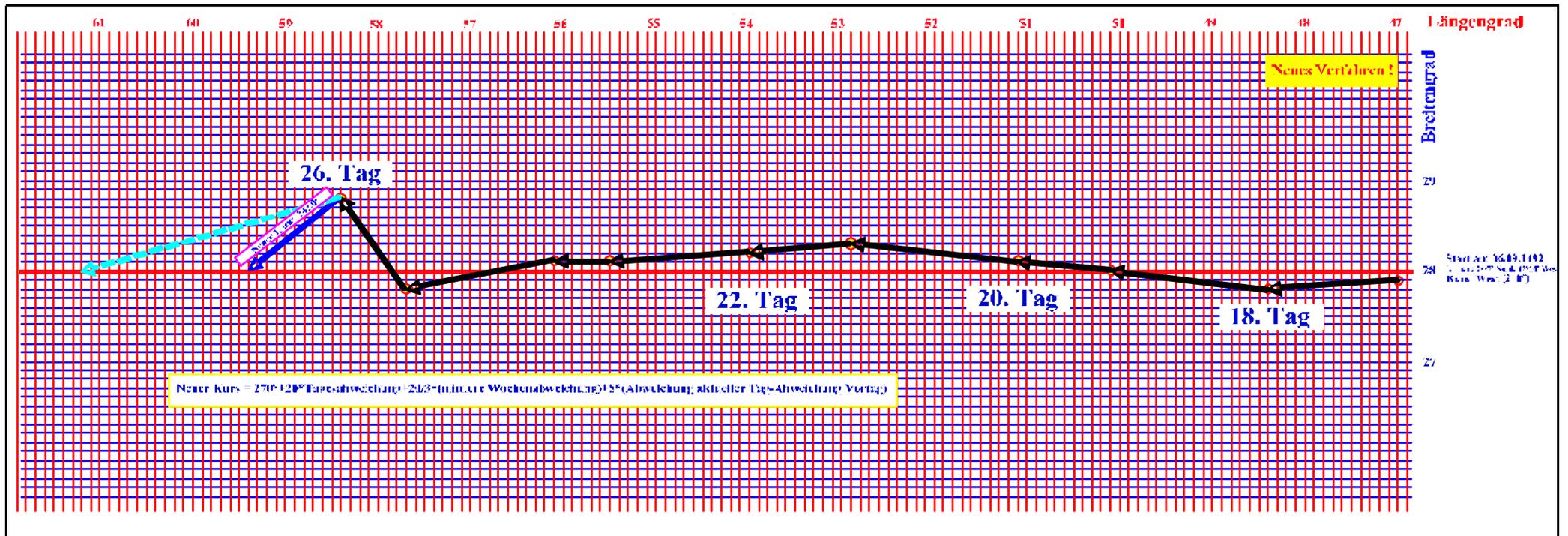
Die Abweichung vom 28. Breitengrad beträgt an diesem Tag $+0,2^\circ$. Zur weiteren Planung bewertet er wieder die Abweichungen der vergangenen 7 Tage:

Tag 18 : $+0,2^\circ$ Tag 19 : $0,0^\circ$ Tag 20 : $-0,1^\circ$ Tag 21: $-0,3^\circ$ Tag 22 : $-0,2^\circ$ Tag 23: $-0,1^\circ$ Tag 24: $-0,1^\circ$
 Der Mittelwert liegt damit bei $(+0,2^\circ+0,0^\circ-0,1^\circ-0,3^\circ-0,2^\circ-0,1^\circ-0,1^\circ)/7 = -0,09^\circ$.

Die Abweichung am 25. Tag, die bisher nicht berücksichtigt wurde, liegt bei $+0,2^\circ$.

Der neue Kurs liegt damit bei: $270^\circ+20^\circ(+0,2^\circ)+20/3^\circ(-0,09^\circ) = 273,4^\circ$

VERHÄLTNISSE AM 26. TAG UND PLANUNG FÜR DEN 27. TAG:



Infolge des anhaltenden starken Windes aus Südost wurde Columbus relativ weit nach Norden abgetragen, er findet sich am 26. Tag auf dem 28,8.-ten Breitengrad wieder. Würde er das bisherige Verfahren beibehalten, so müsste er den durch einen hellblau gestrichelten Pfeil angezeigten Kurs wählen. Sicherlich würde so im Laufe der folgenden Tage der 28. Breitengrad wieder erreicht werden, Columbus möchte jedoch recht zügig dieser starken Änderung gegenüber dem Vortag etwas entgegengesetzt. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass die ungünstigen Windverhältnisse weiter anhalten würden.

Columbus macht sich an dieser Stelle prinzipielle Gedanken über das bisherige Verfahren: Offenbar wird der neu einzuschlagende Kurs täglich dadurch bestimmt, dass er die

- augenblickliche Tagesabweichung mit einem bestimmten Faktor multipliziert und dazu die
- mittlere Abweichung der vergangenen 7 Tage – multipliziert mit einem gewissen Faktor – addiert.

Er bewertet dadurch quasi die Vergangenheit und die Gegenwart. Es liegt – alleine schon rein sprachlich – ungeheuer nahe, auch die Zukunft mit einfließen zu lassen. Nun – man kann die Zukunft zweifelsohne nicht voraussehen, aber man kann sie aus dem Verlauf der Vergangenheit erahnen. Drei Beispiele sollen dies verdeutlichen:

1. Eine Folge von Zahlen lautet: 1, 2, 3, 4, 5, 6,... Wie lautet die nächste Zahl? Ziemlich sicher wird die folgende Zahl „7“ sein.
2. Eine zweite Folge von Zahlen lautet: 1, 2, 4, 8, 16, 32,... Wie lautet die nächste Zahl? Vielleicht gibt es mehrere Lösungen, aber mit großer Sicherheit wird die folgende Zahl „64“ sein. Man hat aus der Vergangenheit (1, 2, 4, 8, 16) und der Gegenwart (32) auf die Zukunft geschlossen. Dies mag zwar nicht immer richtig sein, aber die Tendenz dürfte zumindest gegeben sein.
3. Eine dritte Folge von Zahlen lautet: 1, 2, 6, 48,... Wie lautet die nächste Zahl? Sie werden überrascht sein, sie lautet „2592“ und die darauf folgende wäre „6.842.880“.^L

Die Beispiele zeigen, dass ein Blick in die Zukunft mit dem Fernglas der Vergangenheit durchaus möglich ist, es wird jedoch insbesondere durch das 3. Beispiel klar, dass man damit auch ziemlich daneben liegen kann.

Columbus wählt eine ganz einfache Variante, um aus der Vergangenheit die Zukunft vorher zu sagen: Er geht davon aus, dass die Veränderung vom Vortag auf den aktuellen Tag auch für den folgenden Tag gilt.

Die Abweichung am Vortag (25. Tag) lag bei $+0,2^\circ$, am aktuellen Tag (26. Tag) liegt sie bei $-0,8^\circ$. Die Veränderung vom Vortag auf den aktuellen Tag und damit auch vom aktuellen Tag auf den Folgetag beträgt demnach $[(-0,8^\circ) - (+0,2^\circ)] = -1,0^\circ$. Demzufolge wäre davon auszugehen, dass er am folgenden Tag auf dem Breitengrad $28,8^\circ + 1,0^\circ = 29,8^\circ$ ankommt und das wäre die größte Abweichung, die er bisher erreicht hat.

Für die Planung des 27. Tages wählt Columbus folgende Kurskorrekturen:

- Für die Gegenwart (wie gewohnt) $\rightarrow 20 \cdot (\text{aktuelle Abweichung}) = 20 \cdot (-0,8^\circ) = -16^\circ$.
- Für die Vergangenheit (wie gewohnt) $\rightarrow 20/3 \cdot (\text{mittlere Wochenabweichung}^M) = 20/3 \cdot (0^\circ - 0,1^\circ - 0,3^\circ - 0,2^\circ - 0,1^\circ - 0,1^\circ + 0,2^\circ) = -4^\circ$.
- Für die Zukunft (neu) $\rightarrow \text{Faktor} \cdot [(\text{Abweichung aktueller Tag}) - (\text{Abweichung Vortag})] = \text{Faktor} \cdot [(-0,8^\circ) - (+0,2^\circ)] = \text{Faktor} \cdot (-1^\circ)$. Was soll Columbus als Faktor ansetzen? „20“ wäre sicherlich zu viel, denn dann wäre die etwas problematische Zukunftsvoraussage in Ihren Kursauswirkungen größer als die Kurskorrektur durch die Gegenwart. Columbus wählt einen Kompromissfaktor, er wählt „8“.

Der neue Kurs für den 27. Tag liegt damit bei: $270^\circ + 20 \cdot (-0,8^\circ) + 20/3 \cdot (-4^\circ) + 8 \cdot (-1^\circ) = 242^\circ$.

^L $n_{k+1} = (n_k + n_{k-1}) \cdot n_k$

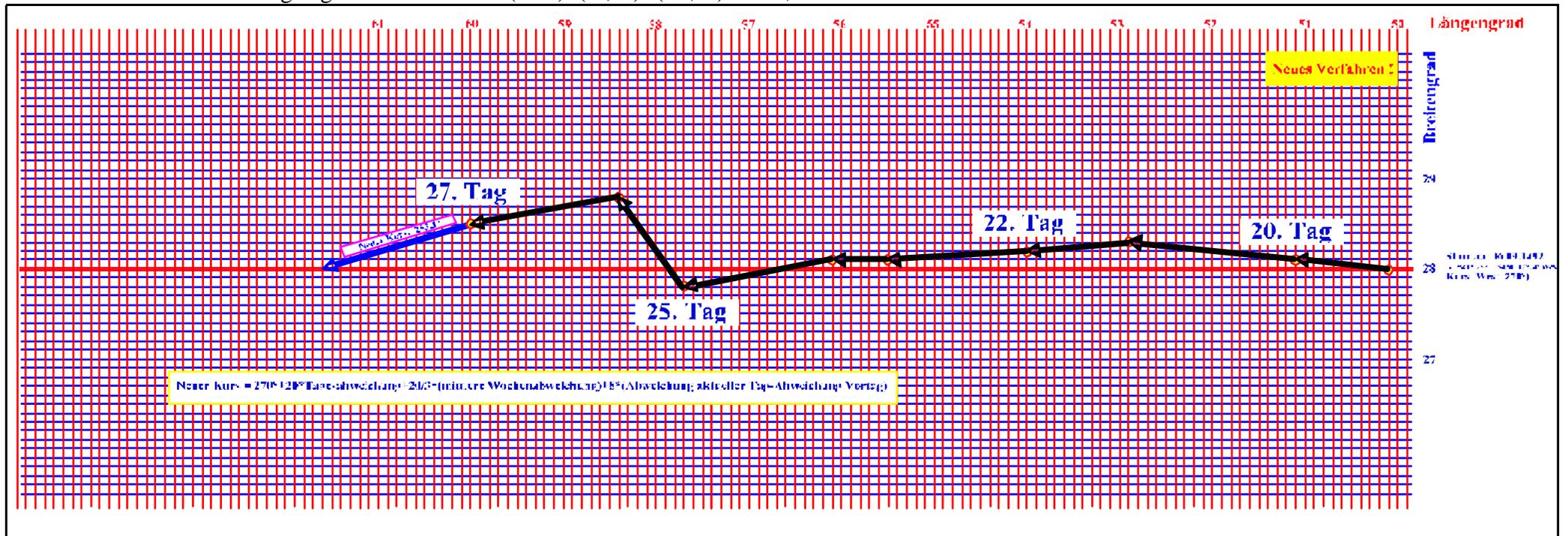
^M 19. bis 25. Tag.

VERHÄLTNISSE AM 27. TAG UND PLANUNG FÜR DEN 28. TAG:

Für die Planung des 28. Tages wählt Columbus folgende Kurskorrekturen:

- Für die Gegenwart → $20 \cdot (\text{aktuelle Abweichung}) = 20 \cdot (-0,5^\circ) = -10^\circ$.
- Für die Vergangenheit → $20/3 \cdot (\text{mittlere Wochenabweichung}^N) = 20/3 \cdot (-0,1^\circ - 0,3^\circ - 0,2^\circ - 0,1^\circ - 0,1^\circ + 0,2^\circ - 0,8^\circ) = -9,3^\circ$.
- Für die Zukunft → $8 \cdot (\text{Abweichung aktueller Tag} - (\text{Abweichung Vortag})) = 8 \cdot [(-0,5^\circ) - (-0,8^\circ)] = +2,4^\circ$.

Der neue Kurs für den 28. Tag liegt damit bei: $270^\circ + (-10^\circ) + (-9,3^\circ) + (+2,4^\circ) = 253,1^\circ$.



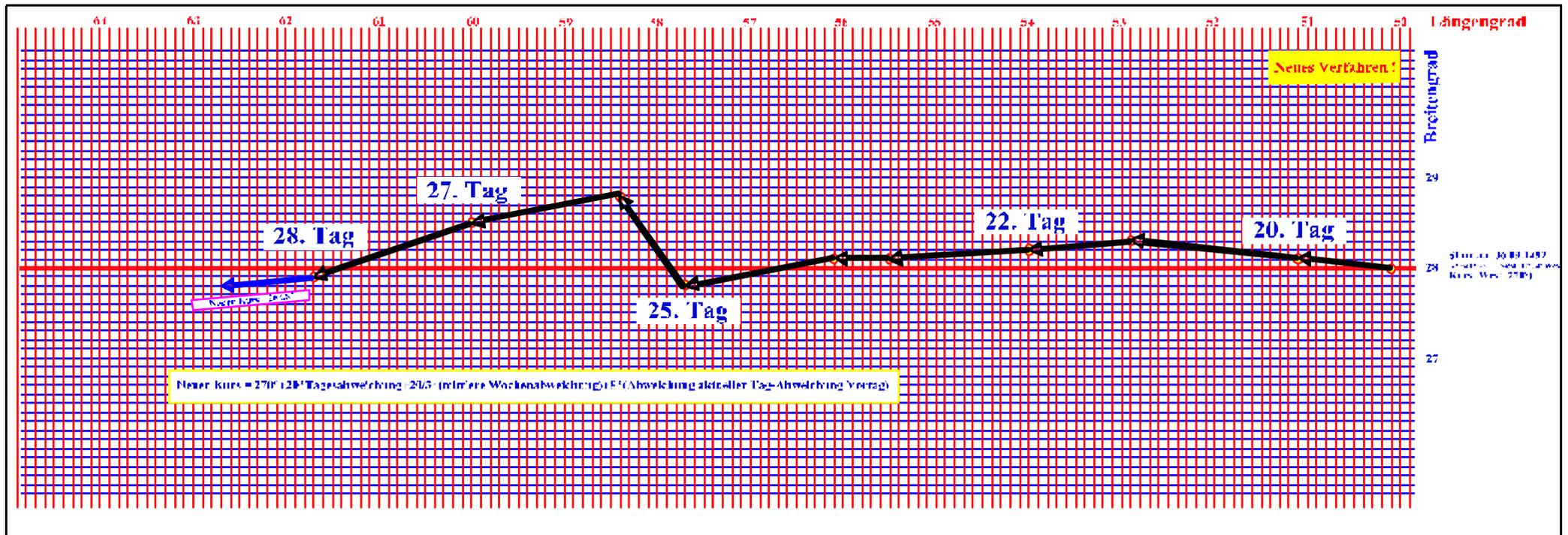
^N 20. bis 26. Tag.

VERHÄLTNISSE AM 28. TAG UND PLANUNG FÜR DEN 29. TAG:

Für die Planung des 29. Tages wählt Columbus folgende Kurskorrekturen:

- Für die Gegenwart → $20 \cdot (\text{aktuelle Abweichung}) = 20 \cdot (+0,1^\circ) = +2^\circ$.
- Für die Vergangenheit → $20/3 \cdot (\text{mittlere Wochenabweichung}^0) = 20/3 \cdot (-0,3^\circ - 0,2^\circ - 0,1^\circ - 0,1^\circ + 0,2^\circ - 0,8^\circ - 0,5^\circ) = -12^\circ$.
- Für die Zukunft → $8 \cdot [(\text{Abweichung aktueller Tag}) - (\text{Abweichung Vortag})] = 8 \cdot [(+0,1^\circ) - (-0,5^\circ)] = +4,8^\circ$.

Der neue Kurs für den 28. Tag liegt damit bei: $270^\circ + (+2^\circ) + (-12^\circ) + (+4,8^\circ) = 264,8^\circ$.



Anmerkungen:

- Der blaue Pfeil gibt seit der Planung des 6. Tages (Seite 11) nur den geplanten Kurs an, jedoch nicht die in Aussicht gestellte Wegstrecke. Wir haben bisher den Pfeil immer auf dem 28. Breitengrad enden lassen. Auf Grund der aktuellen Abweichung und dem anvisierten Kurs ist dies an diesem Tag nicht möglich.

⁰ 21. bis 27. Tag.

- Die errechneten Kurskorrekturen zeigen offenbar ganz unterschiedliche Tendenzen. Während die Korrekturen für die Gegenwart und die Zukunft einen positiven Wert haben, ist die Korrektur durch den vergangenen Verlauf negativ. Dies ist jedoch durchaus korrekt wie folgende Überlegung zeigt:
 - Am 28. Tag befindet sich Columbus unterhalb des 28. Breitengrades. Aus diesem Grund sagt die Gegenwartsbewertung → segle nach oben!
 - Vom 27. auf den 28. Tag hat sich Columbus weiter in Richtung Süden bewegt. Wenn dies weiterhin der Fall sein sollte, so müsste er in Zukunft (also für den nächsten Tag) Richtung Norden segeln, um dem entgegen zu wirken. Aus diesem Grund hat die Zukunftsbewertung ebenfalls einen positiven Wert → segle nach oben!
 - Die vergangene Woche hat sich Columbus eher oberhalb als unterhalb des 28. Breitengrad aufgehalten. Aus diesem Grund ist die Vergangenheitsbewertung negativ, sie sagt → fahre nach unten!
- Welcher Kurs sich im Endeffekt tatsächlich ergibt, hängt von den drei Bewertungsfaktoren für die Gegenwart (20), für die Vergangenheit (20/3) und für die Zukunft (8) ab. Diese Gewichtungsfaktoren (wie man sie in der Mathematik nennt) einzustellen, ist in der Praxis oft nicht ganz einfach.

06. Oktober 1492: Wir fuhren 160 Seemeilen weiter gegen Westen, von denen ich nur 132 verrechnete.

Im Verlaufe der Nacht meinte Martin Alonso, daß es angezeigt wäre, nach Südwest-zu-West Kurs zu nehmen. Allein ich hatte den Eindruck Martin Alonso habe dies nur in der Absicht gesagt, die Insel von Cipango zu erreichen, während ich selbst der Ansicht war, daß wir im Falle eines Kurswechsels nicht so schnell an Land kämen und daß es ratsamer wäre, zunächst auf Festland zu stoßen und dann erst die Inseln anzulaufen.

Zunächst fragt man sich, welche Insel damit gemeint sein könnte. **Unglaublich, es ist die Insel JAPAN!** Im Mittelalter wurde in Europa Japan als Cipango bezeichnet. Die Aufzeichnungen Columbus' zeigen, dass er neben Alonso auch selbst der Meinung war, in der Nähe dieser Insel zu liegen. Von Japan ist er zu dieser Zeit schlicht 160 Längengrade entfernt, das sind auf diesem Breitengrad 14.000 km bzw. weitere 120 Tage auf See. Wie konnte er sich so täuschen? Dies stimmt auch überhaupt nicht mit seinen bisher gemessenen Wegstrecken überein (siehe Seite 21).

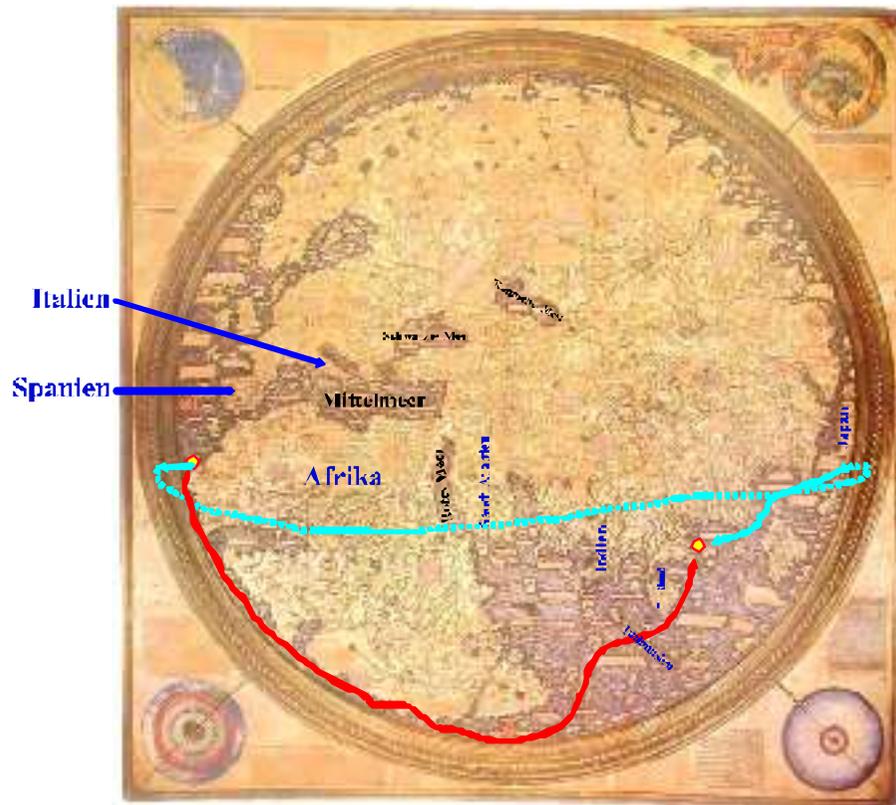
Um dies nachvollziehen zu können, muss man sich vor Augen halten, welchem Zweck die Reise von Columbus dienen sollte. Man versuchte einen Seeweg nach Indien bzw. Hinterindien, allgemein Asien zu finden. Der Handel zur damaligen Zeit verlief entweder über das Mittelmeer, das Rote Meer und den Indischen Ozean oder über verschiedene Karawanenwege durch Asien. Wie auch immer – es gab schlicht bis zu diesem Zeitpunkt keinen direkten Seeweg nach Indien, ein Teil des Weges führte stets über Land, was mit z.T. enormen Zöllen verbunden war. Die Route über Afrika (Kap der guten Hoffnung – daher rührt auch der Name: man war guter Hoffnung, dass man auf diesem Wege Indien erreichen konnte) wurde erst 1498, also 6 Jahre nach der Entdeckung Amerikas, durch Vasco da Gama bewältigt. Die Reisedauer lag hier übrigens bei beachtlichen 9 Monaten, was Columbus natürlich noch nicht wissen konnte. Wäre ihm das klar gewesen, hätte er Amerika wohl nicht entdeckt.

Japan (Cipango) wurde in einer europäischen Karte zum ersten Mal im Jahr 1457 in der sogenannten Fra-Mauro-Karte erwähnt. Diese Karte entsprach dem Weltbild der damaligen Zeit. Sie ist aus mehreren Gründen zunächst relativ unübersichtlich:



- Norden ist bei dieser Karte unten, Süden oben, rechts ist Westen, links ist Osten. Um sich nach heutigen Maßstäben zurechtzufinden, muss man die Karte um 180° drehen.
- In früheren Kartenmaterialien lag die Stadt Jerusalem stets in der Mitte – die Stadt galt als Zentrum der Welt. Hier wurde bereits davon Abstand genommen, das Zentrum der Karte dürfte in der Nähe von Buchara (ein wichtiger Stützpunkt auf der südlichen Seidenstraße, 39° 46' N, 64° 26' O, Usbekistan) liegen.
- Nun muss man sich vorstellen, dass man vom Weltall aus lotrecht auf Buchara blickt.

Stellt man die Fra-Mauro-Karte einem Foto eines Globus' aus der erwähnten Perspektive gegenüber, dann erkennt man, dass die Karte gar nicht so schlecht ist, wie zunächst gedacht:



Die Erde galt bereits damals als rund (Kugelform) und sie sich als Scheibe vorzustellen, war schon seit Jahrhunderten überholt. Nur ganz dumme Leute waren der Meinung, man würde am Rande der gezeichneten Scheibe in einen Abgrund fallen. Interessanterweise ist das Kreisbild des Fra-Mauro im äußeren Bereich fast ausschließlich von Wasser umgeben. Dies sehen Sie im fotografierten Globus auch bestätigt. Richtig verblüffend ist die Tatsache, dass dieser äußere „Wasserkreis“ nur bei einer einzigen Blickrichtung, nämlich der hier dargestellten, auftritt. Probieren Sie es aus – aus allen möglichen Richtungen!

Es ist davon auszugehen, dass bei der Zeichnung der Fra-Mauro-Karte eine Kugel als Vorlage gedient hat, andernfalls kann man einfach nicht erklären, wie Frater Mauro den riesigen Kontinent Afrika derart verzerrt und im Wesentlichen richtig zeichnen konnte. Auch dass der Kontinent so vermessen wurde, ist höchst unwahrscheinlich – die Einteilung in Längen- und Breitengrade war bekannt, auch über Nord- und Südpol wusste man Bescheid.

Die Fra-Mauro-Karte sollte ganz sicher nicht die Vorstellung der Erde als Scheibe verdeutlichen, sondern war schlicht eine Möglichkeit, die komplette Erde zweidimensional mit allen bekannten Ländern darzustellen. Dass es hier zu Verzerrungen kommt, war den intelligenteren Leuten sicherlich bewusst. Das Problem der Erddarstellung gibt es nach wie vor! Es gibt keine zweidimensionale Karte der gesamten Erde, bei der nicht einzelne Bereiche verzerrt wären. Dies ist schlicht prinzipiell nicht möglich.

Für den Seeweg nach Hinterindien gab es prinzipiell zwei Möglichkeiten: entweder über eine Umschiffung von Afrika (rote Strecke) oder über den hinteren Teil der Fra-Mauro-Karte (hellblaue Strecke). Beide Wege sind – nicht nur auf der Karte - fast gleich lang (der hellblaue Weg ist um etwa 16 % länger). Dies kann man auf einem Globus nachvollziehen, aber interessanterweise sieht man es auch in der Fra-Mauro-Karte. Wählt man Hinterindien weiter östlich, dann werden beide Wege irgendwann gleich lang.

Columbus war vermutlich nicht der Meinung, man könne sich eine Wegstrecke sparen, indem man das ersehnte Land auf dem Westweg zu erreichen versucht. Er hat jedoch die dazu notwendige Zeit offenbar vollkommen falsch kalkuliert. Auf dem Weg nach Amerika hatte Columbus eine mittlere westliche Reisegeschwindigkeit von 72 Seemeilen/Tag^P. Um von La Gomera aus auf dem 28. Breitengrad Asien auf dem Westweg zu erreichen, muss Columbus etwa 230 Längengrade überwinden, was zu einer Fahrzeit von 152 Tagen (21 Wochen) führt. Wie konnte er tatsächlich der Meinung sein, er befände sich nach nur 4,5 Wochen kurz vor Japan???

VERHÄLTNISSE AM 31. TAG (7. OKTOBER 1492) UND NEUE IDEEN:

Als Columbus an diesem Tag auf seine Routenplanung blickt, fällt ihm auf, dass seit dem 28. Tag eine Abdrift Richtung Süden vorhanden ist – eine Abdrift, die mit jedem Tag (wenn auch nur wenig) zunimmt. Er überlegt, wie er auch in so einem Fall gegensteuern könnte. Hierzu zeichnet er zunächst (ohne irgendetwas zu rechnen) durch einen hellblauen Pfeil ein, wo er mit dem bisherigen Verfahren wohl am Folgetag ankommen würde, indem er folgende Überlegung anstellt:

- Vom 28. auf den 29. Tag hat sich die Abweichung vom 28. Breitengrad von +0,1 auf +0,2 - also um $+0,2-0,1=+0,1$ – erhöht.
- Vom 29. auf den 30. Tag hat sich die Abweichung vom 28. Breitengrad von +0,2 auf +0,4 - also um $+0,4-0,2=+0,2$ – erhöht.
- Vom 30. auf den 31. Tag hat sich die Abweichung vom 28. Breitengrad von +0,4 auf +0,7 - also um $+0,7-0,4=+0,3$ – erhöht. →→→→
- Es liegt sehr nahe, dass sich die Abweichung vom 31. auf den 32. Tag auf **+0,4** erhöhen wird!

Wie lässt sich das mathematisch erfassen?

^P Der Durchschnitt zur damaligen Zeit lag bei etwa 86 Seemeilen/Tag. Columbus kam demnach nur etwas langsamer voran als üblich.

Zunächst sprachlich: Wie oben zu sehen ist, beobachtet man die einzelnen Abweichungen und bewertet Tag für Tag die Änderungen dieser Abweichungen. Dies sind jedoch Größen, die im bisherigen Verfahren schon angewendet werden („Zukunfts-Kurskorrekturen“). Wie ebenfalls oben zu sehen ist, werden in dem Beispiel die Änderungen dieser Abweichungen von Tag zu Tag größer – man möchte demnach die Änderungen der Änderungen der Abweichungen bewerten. Die Änderung von Abweichungen entsprechen einer Geschwindigkeit, mit der sich Abweichungen verändern. Eine Änderung der Geschwindigkeit entspricht aber einer Beschleunigung, so dass die neue Bewertung nichts anderes macht, als die Beschleunigung zu bewerten, mit der sich die Abweichungen ändern.

Mathematisch ist diese neue Variante fast einfacher zu verstehen:

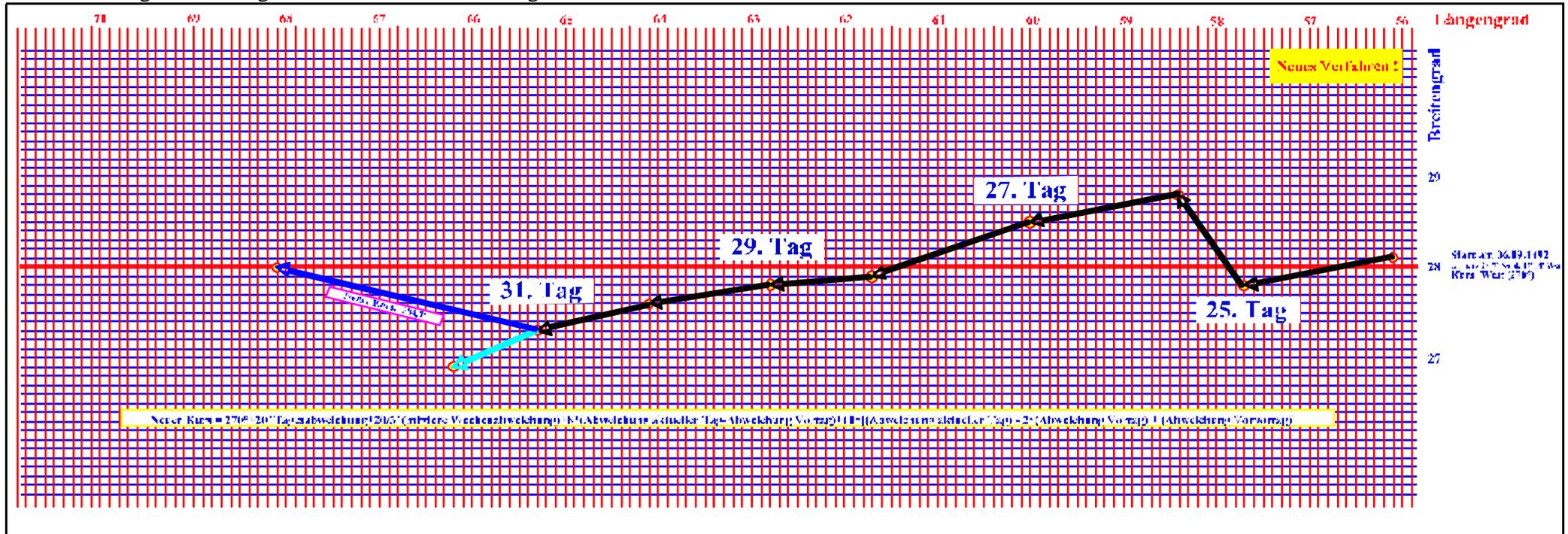
Bezeichnet man die Abweichung zwischen Soll- und Istwert am n-ten Tag als e_n , so wäre z.B. $e_{28} = +0,1$ $e_{29} = +0,2$

Die Kurskorrektur für die Zukunft ließe sich dann bestimmen zu: $8 \cdot (e_n - e_{n-1})$

Und die Kurskorrektur für die Beschleunigung wäre dann die zeitliche Änderung der Zukunftskurskorrektur, also:

$$\text{Faktor} \cdot [(e_n - e_{n-1}) - (e_{n-1} - e_{n-2})] = \text{Faktor} \cdot [e_n - 2 \cdot e_{n-1} + e_{n-2}]$$

Für die Planung des 32. Tages wählt Columbus nun folgende Kurskorrekturen:



- Für die Gegenwart $\rightarrow 20 \cdot (\text{aktuelle Abweichung}) = 20 \cdot (+0,7^\circ) = +14^\circ$.

- Für die Vergangenheit $\rightarrow 20/3 \cdot (\text{mittlere Wochenabweichung}^{\text{Q}}) = 20/3 \cdot (-0,1^\circ + 0,2^\circ - 0,8^\circ - 0,5^\circ + 0,1^\circ + 0,2^\circ + 0,4^\circ) = -3,3^\circ$.
- Für die Zukunft $\rightarrow 8 \cdot [(\text{Abweichung aktueller Tag}) - (\text{Abweichung Vortag})] = 8 \cdot [(+0,7^\circ) - (+0,4^\circ)] = +2,4^\circ$.
- Für die Änderung der Zukunft (Beschleunigung) $\rightarrow \text{Faktor} \cdot [(\text{Abweichung aktueller Tag}) - 2 \cdot (\text{Abweichung Vortag}) + (\text{Abweichung Vorvortag})] = \text{Faktor} \cdot [(+0,7^\circ) - 2 \cdot (+0,4^\circ) + (+0,2^\circ)] = \text{Faktor} \cdot (+0,1^\circ)$. Als Faktor wählt Columbus den Wert 10, um den Einfluss dieser Größe nicht zu überbewerten.

Der neue Kurs für den 32. Tag liegt damit bei: $270^\circ + (+14^\circ) + (-3,3^\circ) + (+2,4^\circ) + (+1^\circ) = 284,1^\circ$.

← Die folgenden Tage werden etwas hektisch →

08. Oktober 1492: ...Wieder erblickten wir jenes Gras, von dem früher die Rede war, doch war es ganz frisch, und zahlreiche Vögel des Feldes, die nach Südwesten flogen (einen davon fingen wir ein), ferner Krähen, Enten und einen Pelikan.

10. Oktober 1492: ...Zu diesem Zeitpunkte beklagten sich meine Leute über die lange Reisedauer, die ihnen unerträglich zu sein schien. Ich wußte sie jedoch aufzumuntern, so gut ich eben konnte, und stellte ihnen den Verdienst, den sie sich auf diese Weise verschaffen konnten, in nahe Aussicht. Dem fügte ich hinzu daß es zwecklos wäre, darüber in Streit zu geraten, da ich nun einmal entschlossen sei, nach Indien zu gelangen und die Reise solange fortzusetzen, bis ich mit Gottes Hilfe dahin gelangt sein werde.

11. Oktober 1492: Ich blieb weiterhin auf west-südwestlichem Kurs. Wir hatten stark unter hohem Seegang zu leiden, mehr als jemals auf unserer ganzen Fahrt. Wir erblickten einige Sturmvögel und ein grünes Schilfrohr, das an der Bordwand des Schiffes vorbei strich. Die Leute der Karavelle "Pinta" erspähten ein Rohr und einen Stock, fischten dann noch einen zweiten Stock heraus, der anscheinend mit einem scharfen Eisen bearbeitet worden war; sie griffen noch ein Rohrstück auf und sahen ein kleines Brett und eine Grasart, die von der üblichen verschieden war und auf dem Lande wuchs. Auch die Mannschaft der "Niña" sichtete Anzeichen nahen Landes und den Ast eines Dornbusches, der rote Früchte trug. Diese Vorboten versetzten alle in gehobene, freudvolle Stimmung. An diesem Tage legten wir bis zum Sonnenuntergang 108 Seemeilen zurück. Nach Sonnenuntergang kehrte ich wieder zur Westrichtung zurück. Wir kamen mit einer Stundengeschwindigkeit von 12 Seemeilen vorwärts und bis 2 Uhr morgens hatten wir 90 Seemeilen durchlaufen. Da die Karavelle "Pinta" schneller war als die anderen beiden Schiffe und mir vorgefahren war, so entdeckte man an Bord der "Pinta" zuerst das Land und gab auch die angeordneten Signale. Als erster erspähte dieses Land ein Matrose, der Rodrigo da Triana hieß, wiewohl ich um 10 Uhr nachts vom Aufbau des Hinterschiffes aus ein Licht bemerkt hatte. Ob zwar das schimmernde Licht so undeutlich war, dass ich es nicht wagte, es als Land zu bezeichnen, so rief ich dennoch Pietro Gutierrez, den Truchseß des Königs, um ihm zu sagen, daß ich ein Licht zu sehen glaubte, und bat ihn, es sich anzusehen, was jener auch tat und es tatsächlich auch sah. Desgleichen benachrichtigte ich Rodrigo Sanchez di Segovia, den der König und die Königin als Beobachter der Armada zugeteilt hatten. Dieser vermochte aber

^Q 24. bis 30. Tag.

nichts zu erblicken, da er von seinem Standpunkt aus nichts sehen konnte. Nachdem ich meine Beobachtung gemeldet hatte sah man das Licht ein-, zweimal auf scheinen; es sah so aus, als würde man eine kleine Wachskerze auf- und niederbewegen, was wohl in den Augen der wenigsten als Anzeichen nahen Landes gegolten hätte - allein ich war fest davon überzeugt, mich in der Nähe des Landes zu befinden. Als dann die ganze Mannschaft das "Salve Regina" betete, das alle Seeleute auf ihre Art und Weise zu singen pflegen, und dann schweigend verharrte, gab ich meinen Leuten den guten Rat, auf dem Vorschiff gute Wache zu halten und auf das Insihtkommen des Landes wohl achtzugeben. Derjenige unter ihnen, der als erster melden würde, Land zu sehen, bekäme sofort eine seidene Jacke zum Geschenk, außer all den Belohnungen, die das Herrscherpaar versprochen hatte, nämlich die Auszahlung eines lebenslänglichen Ruhehaltes von 10 000 Maravedis.

12. Oktober 1492 – der 36. Tag auf See: Um zwei Uhr morgens kam das Land in Sicht, von dem wir etwa 8 Seemeilen entfernt waren. Wir holten alle Segel ein und fuhren nur mit einem Großsegel, ohne Nebensegel. Dann lagen wir bei und warteten bis zum Anbruch des Tages, der ein Freitag war, an welchem wir zu einer Insel gelangten, die in der Indianersprache "Guanahani" hieß. Dort erblickten wir also gleich nackte Eingeborene. Ich begab mich, begleitet von Martin Alonso Pinzón und dessen Bruder Vicente Yáñez, dem Kapitän der "Niña", an Bord eines mit Waffen versehenen Bootes an Land. Dort entfaltete ich die königliche Flagge, während die beiden Schiffskapitäne zwei Fahnen mit einem grünen Kreuz im Felde schwangen, das an Bord aller Schiffe geführt wurde und welches rechts und links von den je mit einer Krone verzierten Buchstaben F und Y umgeben war. Unseren Blicken bot sich eine Landschaft dar, die mit grün leuchtenden Bäumen bepflanzt und reich an Gewässern und allerhand Früchten war. Ich rief die beiden Kapitäne und auch all die anderen, die an Land gegangen waren, ferner Rodrigo d'Escobedo, den Notar der Armada, und Rodrigo Sánchez von Segovia, zu mir und sagte ihnen, durch ihre persönliche Gegenwart als Augenzeugen davon Kenntnis zu nehmen, daß ich im Namen des Königs und der Königin, meiner Herren, von der genannten Insel Besitz ergreife, und die rechtlichen Unterlagen zu schaffen, wie es sich aus den Urkunden ergibt, die dort schriftlich niedergelegt wurden...

Die Insel Guanahani, auf der Columbus landete, ist vermutlich die Insel San Salvador mit den Koordinaten 24°2'N, 74°29'W. Columbus war offenbar weit von seinem Ziel, dem 28. Breitengrad, abgekommen. Tatsächlich meinte er jedoch, sich auf dem 42. Breitengrad zu befinden. Dies wäre etwa die Höhe von New York. Columbus äußert in seinem Bordbuch Zweifel an seinem Quadranten. Was ihn besonders verunsicherte, waren die sehr angenehmen Temperaturen, die dem 42. Breitengrad und der Jahreszeit absolut nicht entsprachen. Er erwähnt auch die bisher zurückgelegten Seemeilen zwischen der Insel Ferro (Kanarische Inseln) und Guanahani: Seinen Berechnungen zufolge sind es 4568 Seemeilen. Unabhängig davon, ob damit die zurückgelegte Strecke oder aber die Entfernung zwischen den beiden Inseln gemeint ist, müsste sich Columbus eigentlich fragen, ob es sich wirklich um Hinterindien handeln könnte. Letztendlich hat er erst ¼ der gesamten Strecke hinter sich gebracht, wenn man die heutige Stadt Fuzhou (auch Futschou), die Hauptstadt der chinesischen Provinz Fujian, als den Endpunkt von Hinterindien bezeichnet. Aber eventuell hat Columbus die Ausmaße von Hinterindien in Richtung Osten gewaltig überschätzt.

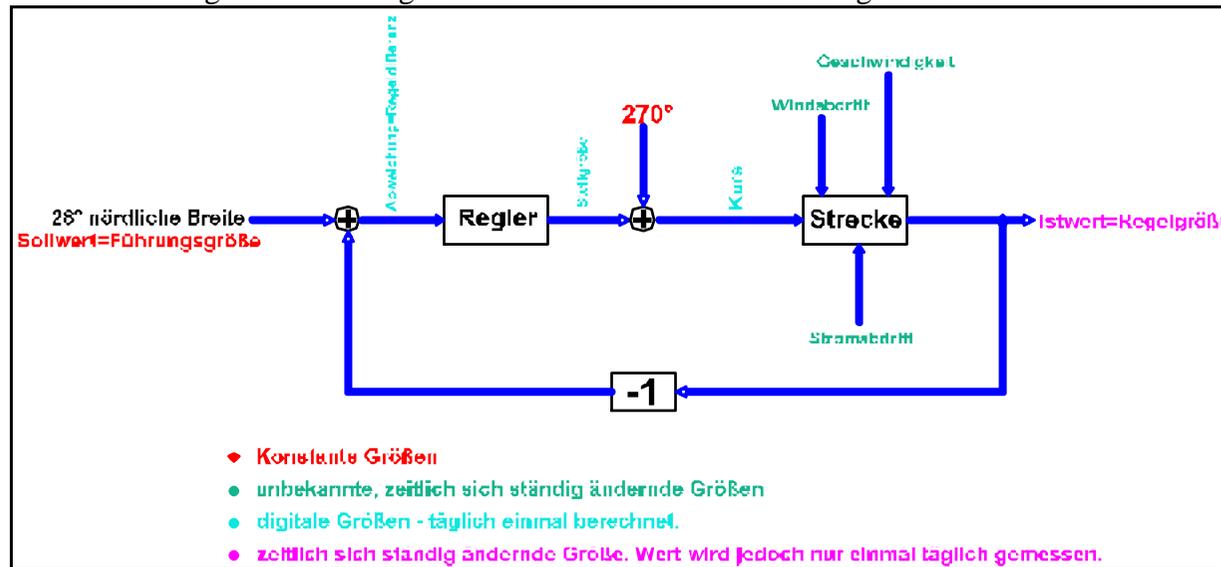
Columbus erkundet vom 28.10.1492 bis 11.11.1492 zunächst die Insel Kuba, bevor er am 12.11.1492 zu einer Erkundungsfahrt durch die Karibik aufbricht. Am 5.12.1492 befindet sich Columbus in der unmittelbaren Nähe des heutigen Haiti, wo die Nacht angeblich 15 Stunden dauert. Wenige Tage später, am 13.12.1492 schreibt er in sein Bordbuch: **Nun wollte ich berechnen, wieviel Stunden der Tag und wie viele die Nacht währte und stellte fest, daß sich die Sanduhr**

von Sonne zu Sonne zwanzigmal entleerte, wobei auf jede Sanduhrentleerung eine halbe Stunde entfiel. Doch kann bei dieser Berechnung ein Irrtum unterlaufen sein, sei es, weil man die Sanduhr nicht rechtzeitig umgekippt hat, sei es, daß der Sand nicht regelmäßig abgeflossen ist. Mit dem Quadranten habe ich ermittelt, am 34. Breitengrad zu liegen.

Demnach sind die Nächte am neuen Standort nur noch 10 Stunden lang. Die Messtechnik in der damaligen Zeit ließ offenbar deutlich zu wünschen übrig. Haiti liegt auch nicht auf dem 34. Breitengrad, sondern auf dem 19. Breitengrad. Nach Columbus` Angaben hat er in der neuen Welt bisher $42-34 = 8$ Breitengrade durchsegelt. Tatsächlich waren es jedoch nur $24-19 = 5$ Breitengrade.

Bei derart ungenauen und z.T. fehlerhaften Angaben fragt man sich, wie Columbus auf seiner zweiten Reise wieder nach Guanahani finden konnte. Es drängt sich die Vermutung auf, dass Columbus` Angaben wohl bewusst falsch waren. Ein Fehler bei der Bestimmung der geografischen Breite von 18° ist unglaublich viel – insbesondere deshalb, weil Columbus noch am 30.09.1492 in seinem Logbuch erwähnte, dass sich die Lage des Polarsternes zwischen Abenddämmerung und Morgendämmerung um 1° ändert (siehe Seite 4). Da sich diese recht kleine Deklination offenbar feststellen ließ, erscheint es nicht nachvollziehbar, wie wenige Tage später eine Breitenbestimmung derart fehlerbehaftet sein konnte. Darüber hinaus waren die anderen beiden Schiffe sicherlich auch mit je einem Quadranten ausgestattet. Columbus schreibt keine Silbe darüber, welche Ergebnisse die dort gemachten Messungen lieferten.

Während Columbus bis zum 16.01.1493 die Karibik erkundet, machen wir uns Gedanken über den mathematischen Hintergrund des womöglich von Columbus verwendeten digitalen PID-Reglers. Zur mathematischen Ableitung verwenden wir den Wirkungsplan und führen folgende Größen ein:



- Sollwert=Führungsgröße → w
- Istwert=Regelgröße → x
- Abweichung=Regeldifferenz → e
- Stellgröße → y

Der Sollwert w (in der Sprache der Regelungstechnik: die **Führungsgröße**) ist eine Konstante und liegt permanent bei 28° .

$$w = 28^\circ = \text{const.}$$

Der Istwert x (in der Sprache der Regelungstechnik: die **Regelgröße**) ist zunächst eine zeitkontinuierliche Größe, d.h. sie existiert und ändert sich mit jeder Stunde, jeder Minute, ja jeder Millisekunde. Die Größe gibt an, auf welchem Breitengrad sich Columbus zum Zeitpunkt t befindet.

$$x = x(t)$$

Da der aktuelle Breitengrad nur einmal am Tag während der Morgendämmerung gemessen werden kann (siehe Seite 4), führt Columbus die zeitdiskrete Regelgröße x_n ein, wobei n eine natürliche Zahl sein soll und folgende Bedeutung hat:

- x_0 ist die am Starttag (06.09.1492) in der Morgendämmerung gemessene geographische Breite.
- x_1 ist die am 1. Tag (07.09.1492) in der Morgendämmerung gemessene geographische Breite.
- x_2 ist die am 2. Tag (08.09.1492) in der Morgendämmerung gemessene geographische Breite.....

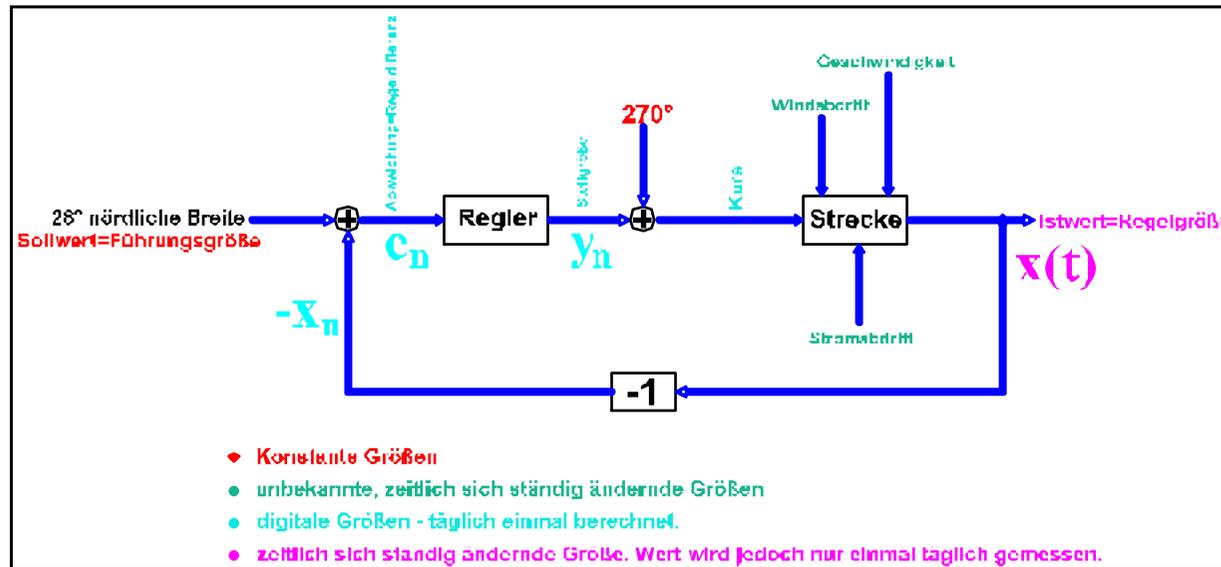
Diese Zuordnung führt auf Columbus` Reise zu folgenden zeitdiskreten Regelgrößen: $x_0=28^\circ$, $x_1=28,4^\circ$, $x_2=29,4^\circ$, ... siehe Seite 5 und folgende.

Zwischen den zeitkontinuierlichen Regelgrößen $x(t)$ und den zeitdiskreten Regelgrößen x_n bestehen folgende Zusammenhänge:

- $x_0 := x(t=06.09.1492 \text{ zur Zeit der Morgendämmerung})$
- $x_1 := x(t=07.09.1492 \text{ zur Zeit der Morgendämmerung})$
- $x_2 := x(t=08.09.1492 \text{ zur Zeit der Morgendämmerung})$,...

Die „Zeit der Morgendämmerung“ verschiebt sich zwar während der fünfwöchigen Fahrt mit dem Weg der Erde um die Sonne, dies spielt jedoch für den Regelprozess keinerlei Rolle.

Die Regelabweichung e ist genau genommen eine zeitkontinuierliche Größe; sie gibt die Abweichung zwischen dem 28. Breitengrad und der augenblicklichen



Breite an. Da letztere jedoch nur einmal am Tag zugänglich ist und damit eine zeitdiskrete Größe darstellt, muss auch die Regelabweichung e eine zeitdiskrete Größe sein, nämlich e_n .

Die Berechnung der zeitdiskreten Regelabweichungen gestaltet sich äußerst einfach, nämlich:

$$e_n = w - x_n$$

Die entscheidende Frage lautet nun: Wie kann man den Ausgang des Reglers y_n , also die Stellgröße, durch den Eingang des Reglers e_n beschreiben! Dieser mathematische Zusammenhang ist sozusagen das Gehirn des Reglers, eine Vorschrift, wie man den Eingang des Reglers auf den Ausgang überträgt. Dies bezeichnet man auch als **Algorithmus**.

Bevor wir mit dem Algorithmus beginnen, noch ein Wort zur „Signalabtastung“ - einem Begriff aus der Sprache der Nachrichtentechnik:

- Die zeitdiskrete Regelgröße x_n steht aus den bereits mehrmals erwähnten Gründen nur alle 24 Stunden zur Verfügung. Die Regelgröße wird demnach in einem Zeitraum von 24 Stunden nur einmal „abgetastet“. Die sogenannte „Abtastrate“ beschreibt die Anzahl der Abtastungen pro Sekunde und hat die Einheit Herz (Hz). Columbus` Abtastrate lag demnach bei $1/24\text{h} = 1/(86400\text{s}) = 11\mu\text{Hz}$.
- Die einmal täglich gemessene geographische Breite, die Regelgröße x_n , konnte zu Columbus` Zeiten aus messtechnischen Gründen nur auf ein Grad genau ermittelt werden. Die geographische Breite kann über den Polarstern auch nur auf der Nordhalbkugel bestimmt werden. Demnach stehen für die Messung insgesamt 90° zur Verfügung mit einer Genauigkeit von einem Grad. Für die Messung der Breite stehen somit 90 verschiedene Werte zur Verfügung, was im binären Zahlensystem einer Möglichkeit von etwa $2^7 = 128$ entspricht. In der Messtechnik spricht man hier von einer „Auflösung“ von 7 Bit.
- Demnach fungiert Columbus bei seiner täglichen Messung der geographischen Breite quasi als A/D-Wandler mit einer Abtastrate von $11\mu\text{Hz}$ und einer Auflösung von 7 Bit. Zum Vergleich: Bei der digitalen Telefonie (ISDN) beträgt die Abtastrate 8kHz bei einer Auflösung von 8 Bit.

Wir haben auf Columbus` Fahrt nach Hinterindien vier verschiedene Varianten kennen gelernt, wie aus einer Regelabweichung (Eingang des Reglers) eine Stellgröße (Ausgang des Reglers) gemacht werden kann:

1. Der Ausgang ist dem Eingang proportional $\rightarrow y_n = K_P \cdot e_n$.
2. Der Ausgang ist dem gemittelten Eingang der letzten Woche proportional $\rightarrow y_n = K_I \cdot \left(\frac{1}{7}\right) \cdot \sum_{v=n-7}^{n-1} e_v$.
3. Der Ausgang ist der zeitlichen Änderung des Einganges proportional $\rightarrow y_n = K_D \cdot (e_n - e_{(n-1)})$.
4. Der Ausgang ist der zeitlichen Änderung der zeitlichen Änderung (KEIN Schreibfehler!) proportional $\rightarrow y_n = K_A \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$.

Die Proportionalitätskonstanten K_P , K_I , K_D und K_A stellen nichts anderes dar als Gewichtungsfaktoren, die je nach Größe dafür sorgen, dass einzelne Teilkomponenten stärkeren Einfluss bekommen. Die vier verschiedenen Anteile werden nun addiert und ergeben den mathematischen Zusammenhang zwischen Ausgang und Eingang des Reglers:

$$y_n = K_P \cdot e_n + K_I \cdot \left(\frac{1}{7}\right) \cdot \sum_{v=n-7}^{n-1} e_v + K_D \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + K_A \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)}) \quad (\text{Algorithmus})$$

Wir haben Ihnen zusammen mit der Lizenz ein kleines Excel-Programm (*Columbus.xls*) zur Verfügung gestellt, mit dem Sie die Auswirkungen der einzelnen Teilbereiche nachvollziehen können. Als Eingabeparameter können für jeden Tag auf Columbus` Weg die Windrichtungen, die Windgeschwindigkeiten, die Strömungsrichtungen und die Strömungsgeschwindigkeiten eingegeben werden. Weiterhin können die Gewichtsfaktoren verändert werden, um ein Gefühl dafür zu bekommen, welcher Anteil welche Auswirkungen hat. Das kleine Programm erhebt in keinsten Weise einen hohen Anspruch, es soll Ihnen lediglich ein gewisses Gefühl für einen Regelprozess vermitteln – sonst nichts! Wir haben auch bewusst unsinnige Größen nicht abgefangen. Achten Sie bei den Werten darauf, ob ein berechneter Kurs auch wirklich Sinn macht. Auch Columbus hätte trotz Berechnung einen vorgeschlagenen Kurs von 90° wohl nicht eingeschlagen, da er auf dem Weg nach Westen schlicht keinen Sinn machen würde...



Wenn Sie das beigelegte Programm zum ersten Mal öffnen, sollten Sie zunächst die Bedienungsanleitung (links unten, roter Pfeil) lesen, bevor Sie auf die Reise gehen.

Der auf Seite 35 beschriebene Zusammenhang zwischen Ausgang und Eingang des Reglers stellt einen Spezialfall eines digitalen PIDA-Reglers dar. Im verallgemeinerten Fall lautet die Gleichung im

• zeitkontinuierlichen Fall:
$$y(t) = K_P \cdot e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \cdot \left(\frac{de(t)}{dt}\right) + K_A \cdot \left(\frac{d^2 e(t)}{dt^2}\right)$$
 und im

• zeitdiskreten Fall:
$$y_n = K_P \cdot e_n + \frac{1}{T_i} \cdot (k \cdot T_{ab}) \cdot \sum_{v=n-k}^{n-1} e_v + K_D \cdot \left(\frac{1}{T_{ab}}\right) \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + K_A \cdot \left(\frac{1}{T_{ab}}\right)^2 \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$$

Beide Gleichungen beschreiben die Reaktion des Reglers auf die Signale am Eingang. Der erste Summand wird als *Proportionalanteil* bezeichnet, der zweite als *Integralanteil*, der dritte als *Differenzialanteil* und der vierte schließlich als *Beschleunigungsanteil*. Zeitlich gesehen bewertet der

- Proportionalanteil die Gegenwart, der
- Integralanteil die Vergangenheit, der
- Differenzialanteil die Zukunft und der
- Beschleunigungsanteil die Veränderung der Zukunft.

Bei der Diskretisierung spielt die Abtastzeit T_{ab} bei drei der vier Anteile eine wichtige Rolle: Mit kleiner werdender Abtastzeit

- verkleinert sich der Einfluss des integralen Bestandteils (es wird „weniger Vergangenheit“ berücksichtigt),
- vergrößert sich der Einfluss des differenziellen Bestandteils und

- vergrößert sich der Einfluss des beschleunigenden Anteils sogar quadratisch.

Bei der Wahl der Integrationszeit T_i , des Differenzialbeiwertes K_D und des Beschleunigungsbeiwertes K_A ist demnach auf die Abtastzeit zu achten. Regelkreise, die bei einer bestimmten Abtastzeit und angepassten Regelparametern passabel funktionieren, sind bei gleich bleibenden Parametern, aber veränderter Abtastzeit in der Regel nicht mehr funktionsfähig.

Bei der zeitdiskreten Form tritt im Gegensatz zur zeitkontinuierlichen Form eine Größe k auf. Sie ist eine natürliche Zahl und gibt die Anzahl der zu berücksichtigenden Abtastintervalle an, innerhalb der ein Integralanteil wirken soll. In der Praxis zeigt sich, dass es meist sinnvoller ist, den Integralanteil auf einen zeitlichen Teilbereich zu beschränken und nicht alle Abweichungen bis zum Start des Regelprozesses zu berücksichtigen, wie es bei der zeitkontinuierlichen Gleichung der Fall ist. Wir haben bei Columbus` Reisen für k einen Wert von 7 gewählt, d.h. für die Bewertung der Vergangenheit werden nur die letzten 7 Abtastintervalle (also 7 Tage = 1 Woche) berücksichtigt. Es würde keinen Sinn machen, wenn Columbus z.B. am 35.Tag auch noch die Abweichung zwischen Soll- und Istwert des 2. Tages berücksichtigen müsste. Meist führen längere Berücksichtigungsintervalle (also hohe k -Werte) zu Schwingungen innerhalb des Regelkreises.

Die einzelnen Regleranteile werden im Sprachgebrauch als P-Regler, I-Regler, D-Regler und A-Regler bezeichnet. Ihre Auswirkung kann man sehr gut bei einem Formel 1 Rennen beobachten:

- Der P-Anteil wirkt permanent. Der Pilot wirkt als Regler, indem er die momentanen Abweichungen zwischen der Fahrbahn und dem eigenen Auto durch Lenkbewegungen (eigentlich „Regelbewegungen“) korrigiert.
- Der I-Anteil ist nur auf langen, geraden Strecken zu erkennen: schleichende Abweichungen können hierdurch korrigiert werden. An diesem Beispiel sieht man auch, dass man den I-Anteil zeitlich beschränken sollte, denn was würde es für einen Sinn machen, wenn der Fahrer in der 52. Runde noch eine längere Abweichung aus der 3. Runde wieder gut machen müsste.
- Den D-Anteil sieht man am besten aus der Cockpit-Perspektive in engen Kurven: die hier teilweise hektisch ausgeführten Bewegungen am Lenkrad gehen zeitweise weit über einen sinnvollen Einschlagwinkel hinaus, sie wirken jedoch nur äußerst kurzfristig und die Auswirkungen dieser Untersteuerungen (Auto-Fachsprache) werden absolut zeitnah wieder korrigiert. Man fragt sich hierbei manchmal, ob ein derartig starkes Einschlagen der Räder wirklich nötig gewesen wäre, wo doch kürzeste Zeit später wieder gegen gelenkt wird.
- Wann sieht man einen A-Anteil? Zugegebenermaßen sieht man den nicht oft! Er tritt dann auf, wenn mehrmaliges Untersteuern durch den D-Anteil nicht so richtig greifen will. Dann greift der Pilot beherzt ein und reißt das Lenkrad förmlich um die Kurve. Der Anteil schaltet sich wieder ab, wenn der starke Eingriff positive Auswirkungen gezeigt hat, d.h. wenn die zeitliche Änderung der Abweichung dem Betrage nach abnimmt. Wenn diese Abnahme sehr stark ist, kann es auch zu einem Übersteuern kommen, bei dem der Pilot das Lenkrad kurzzeitig in eine Position bringt, die das Auto z.B. statt einer Rechts- eine Linkskurve fahren lassen würde. Dies wird als *Gegenlenken* bezeichnet.

Vergleicht man die auf Columbus` Fahrt verwendete Formel für den Regler

$$y_n = K_P \cdot e_n + K_I \cdot \left(\frac{1}{7}\right) \cdot \sum_{v=n-7}^{n-1} e_v + K_D \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + K_A \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$$

mit der allgemeinen Formel für den zeitdiskreten Fall

$$y_n = K_P \cdot e_n + \frac{1}{T_i} \cdot (k \cdot T_{ab}) \cdot \sum_{v=n-k}^{n-1} e_v + K_D \cdot \left(\frac{1}{T_{ab}}\right) \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + K_A \cdot \left(\frac{1}{T_{ab}}\right)^2 \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$$

, so erhält man folgende Gegenüberstellung:

Reglertyp \ Formel	Columbus-Formel	Allgemeine Formel
P-Anteil	K_p 20	K_p
I-Anteil	$K_i/7$ 20/3	$(k \cdot T_{ab})/T_i$
D-Anteil	K_D 8	K_D/T_{ab}
A-Anteil	K_A 10	K_A/T_{ab}^2

→ beide K_p 's sind offenbar identisch. → Der in der Columbus-Formel verwendete Parameter $K_i/7$ für den I-Anteil wurde bei $k=7$ mit $20/3$ angegeben. Dies führt bei einer Abtastzeit von 24 Stunden zu einer Integrationszeit von $T_i = 25,2$ Stunden. → Für den Parameter K_D der allgemeinen Formel erhält man einen Wert von $8 \cdot T_{ab} = 192$ Stunden. → Der Wert für K_A der allgemeinen Formel führt schließlich zu $10 \cdot (24h)^2 = 5760h^2$.

Die folgende Gleichung, bei der schlicht der Parameter K_p ausgeklammert wurde, ergibt einen besseren Überblick, wie die Parameter eines PIDA-Reglers sinnvoll gewählt werden können:

$$y_n = K_P \cdot \left[e_n + \frac{k \cdot T_{ab}}{T_N} \cdot \sum_{v=n-k}^{n-1} e_v + \left(\frac{T_V}{T_{ab}}\right) \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + \left(\frac{T_A}{T_{ab}}\right)^2 \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)}) \right]$$

Bedeutung der Parameter: $T_N \rightarrow$ Nachstellzeit [s]

$T_V \rightarrow$ Vorhaltzeit [s]

$T_A \rightarrow$ Beschleunigungszeit [s]

$T_{ab} \rightarrow$ Abtastzeit [s]

Der ausgeklammerte Parameter K_p ist ein entscheidender Faktor, der alle vier Summanden in der eckigen Klammer in gleichem Maße beeinflusst. Sinnvoll erscheint es nun, den zweiten, dritten und vierten Summanden gegenüber dem ersten zu gewichten.

- $\frac{k \cdot T_{ab}}{T_N} \cdot \sum_{v=n-k}^{n-1} e_v$ Der zweite Summand (Bestandteil des Integralteils): In der Summe stehen Abweichungen der Vergangenheit. Es macht keinen Sinn, diese Gesamtsumme höher zu bewerten als die momentane Abweichung. Eine sinnvolle Wahl wäre z.B. $T_N/T_{ab} = 3k^2$. Damit würde der Mittelwert der Abweichungen nur zu einem Drittel beitragen.
- $\left(\frac{T_v}{T_{ab}}\right) \cdot (e_n - e_{(n-1)})$ Der dritte Summand (Bestandteil des Differenzialteils): Sinnvoll erscheint uns hier, wenn dieser Anteil weniger als halb so stark eingeht wie der erste Summand \rightarrow wähle $T_v/T_{ab} = 1/3$.
- $\left(\frac{T_A}{T_{ab}}\right)^2 \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$ Der vierte Summand (Bestandteil des Beschleunigungsanteils): Da der Vorfaktor quadratisch eingeht, genügt die Wahl $T_A/T_{ab} = 1/2$.

Im beigefügten Excel-Programm haben wir bewusst nicht die obige Gleichung mit dem ausgeklammerten K_p -Wert benutzt, sondern die von Seite 35. Hier kann man die verschiedenen Regleranteile voneinander unabhängig verändern, um so ein Gespür zu entwickeln, wann welcher Regleranteil wichtig ist.

$$y_n = K_p \cdot e_n + K_I \cdot \left(\frac{1}{7}\right) \cdot \sum_{v=n-7}^{n-1} e_v + K_D \cdot (e_n - e_{(n-1)}) + K_A \cdot (e_n - 2 \cdot e_{(n-1)} + e_{(n-2)})$$

Am 16.01.1493 tritt Columbus die Rückreise an, am 14.02.1493 trifft er wieder auf Land. Er benötigt 3 Tage, um festzustellen, wo er sich befindet: Es ist die kleine Insel *Santa Maria* auf den Azoren.

15. Februar 1493:...Als die Sonne aufging, sichteteten wir in ost-nordöstlicher Richtung vor dem Bug des Schiffes Land; die einen hielten es für die Insel Madeira, andere meinten es sei der Fels von Cintra in Portugal, in der Nähe Lissabons. Bald kam der Wind aus Ost-Nordosten gegen die Fahrtrichtung geblasen, während wuchtige Wogenmassen aus dem Westen angestürmt kamen. 20 Seem eilen trennten das Schiff vom Lande. Nach meinen Berechnungen glaubte ich mich in den Gewässern der Azoren zu befinden und daß daher das gesichtete Land dazu gehören müsse. Meine Kapitäne jedoch und die Matrosen habe sich dem Wahne hingeben, die Küsten Kastiliens bereits vor sich zu haben.

Abschlussbetrachtung und Ausblick:

Natürlich wissen wir nicht, mit welchen navigatorischen Hilfsmitteln Columbus tatsächlich Amerika erreicht hat. Es wäre jedoch ohne Zweifel denkbar, dass sich Columbus unwissentlich als digitaler PID-Regler betätigt hat. Dies hört sich hochtrabend an, dahinter steckt jedoch simpelste Mathematik, die nichts anderes macht, als jede Abweichung vom Sollwert mit einem entsprechenden „Gegenlenken“ zu beantworten. Eigentlich ist dies relativ intuitiv, denn auch ohne Kenntnisse der Navigation würden wohl die meisten Menschen genau auf diese Art und Weise *reagieren*. Was bedeutet *reagieren*, was bedeutet *Reaktion*? Dieser Begriff kommt aus dem Lateinischen (*reactio*) und bedeutet soviel wie *Rückhandlung*, also eine Art Antwort auf eine Handlung, was nichts anderes darstellt als eine Rückkopplung. Man führt eine „Handlung“ aus, wartet was passiert, misst die Auswirkungen und handelt (durch die Rückkopplung etwas korrigiert) erneut. Genau dies macht die Regelungstechnik auch. Der Vorteil dabei ist: Der ganze Ablauf muss nicht sonderlich genau sein, da ja immer wieder überprüft wird, in welchem Maße Sollwert und Istwert übereinstimmen.

Regelungstechnik tritt im täglichen Leben unwahrscheinlich oft auf, fällt aber gleichzeitig in den meisten Fällen gar nicht auf, wie folgende Beispiele zeigen:

- Versuchen Sie auf einem Bein zu stehen! Kein Problem? Nun schließen Sie die Augen! Sie werden zwar hoffentlich nicht umfallen, werden jedoch feststellen, dass Sie mit geschlossenen Augen deutlich mehr Probleme haben. Offenbar geht der Sehsinn in die Regelung des Gleichgewichts in irgendeiner Form mit ein. Es gibt eine Rückkopplung zwischen dem Sollwert („stabiles Stehen“) und dem Istwert („Verlagerung des Schwerpunkts quer zur Körperlängsachse“) über die Augen als Messinstrument, das Gehirn als Regler und verschiedene Muskeln als „Stellglieder“. Sicherlich wirken hier noch andere, zusätzliche Regelmechanismen mit ein, aber der Sehsinn spielt dabei offenbar auch eine Rolle.
- Vielleicht haben Sie auf einem momentan nicht genutzten Radweg die Möglichkeit, mit Ihrem Fahrrad folgenden Versuch zu machen: Fahren Sie mit einer Geschwindigkeit von etwa 25 km/h in der Mitte des Radweges. Nehmen Sie die linke Hand vom Lenker und ziehen Sie den Lenker vorsichtig mit der rechten Hand zu sich. Fahren Sie dann nach links oder nach rechts? Sie werden es nicht glauben: Sie fahren nach links! Obwohl Sie bei dieser theoretischen Frage mit ziemlicher Sicherheit die falsche Antwort gegeben hätten, sind Sie dennoch in der Lage, Fahrrad zu fahren. Es macht auch keinen Sinn, Kindern vor den ersten Fahrversuchen die komplexe Physik des Radfahrens beizubringen, sie müssen vielmehr lernen, wie das Fahrrad mit Körper und mit Geschwindigkeit *re-agiert*.

Neben den in diesem Skript verwendeten grundlegenden Regelmechanismen gibt es noch eine vollkommen andere Art von Regelung, die im Laufe der vergangenen Jahre zunehmend an Bedeutung gewonnen hat – die Fuzzy-Regelung. Es ist geplant, in einem zweiten Teil die Rückfahrt von Columbus mit Hilfe eines Fuzzy-Reglers zu erklären.

Lizenzbedingungen

- Als Lizenznehmer erhalten Sie das Dokument im pdf-Format mit einer Lizenznummer und Ihrem Namen. Beides erscheint auf jeder Seite links unten.
- Jede Lizenz ist auf einen Namen, bestehend aus Vorname und Familienname, ausgestellt.
- Die Lizenz „100416A1 Josef Graf“ z.B wurde am 16.04.2010 mit der Nummer A1 auf den Namen „Josef Graf“ ausgestellt.
- Eine Lizenz für dieses Dokument ist vergleichbar mit einer „Fahrlizenz“ (Führerschein). Daraus folgt →
 - Wenn Sie Ihren Namen ändern, verfällt die Lizenz!
 - Sie dürfen diese Lizenz nicht verkaufen!
 - Sie können diese Lizenz nicht vererben!
 - Sie dürfen diese Lizenz weder verleihen noch verschenken!
 - Es gibt keine Gruppenlizenzen!
 - Wenn Sie gegen diese Bedingungen verstoßen, müssen Sie zur MPU (Mehrfache Problematische Untersuchungen)!
- Eine Lizenz kostet 5 € plus gesetzlicher Umsatzsteuer (Normalsteuersatz). Selbstverständlich erhalten Sie eine Rechnung – allerdings nur per email.
- Als Lizenznehmer erhalten Sie zusätzlich ein kleines Excel-Programm, mit dem Sie spielerisch die Grundlagen der Regelungstechnik ausprobieren können.
- Weitere Infos: www.kodeko.de